

Л. В. АЛЕКСЕЕВ, А. Е. ЗНАМЕНСКИЙ,
Е. Д. ЛОТКОВА

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ
ФИЛЬТРЫ
МЕТРОВОГО
И ДЕЦИМЕТРОВОГО
ДИАПАЗОНОВ**



Издательство «СВЯЗЬ»
МОСКВА 1976

6Ф2
А47
УДК 621.372.54.029.62

Алексеев Л. В., Знаменский А. Е., Лоткова Е. Д.
А47 Электрические фильтры метрового и дециметрового диапазонов. М., «Связь», 1976.

280 с с ил

Излагается методика синтеза фильтров метрового и дециметрового диапазонов LC фильтров, спиральных и полосковых, основанная на общей теории фильтров с сосредоточенными элементами и соотношениях между цепями с сосредоточенными и распределенными элементами. Описаны приближенный и точный методы расчета по рабочим параметрам схем LC фильтров, состоящих из связанных колебательных контуров, используемых в качестве схем замещения фильтров на распределенных параметрах. Даны примеры расчетов.

Книга предназначена для инженерно-технических работников, занимающихся разработкой фильтров. Ею могут также воспользоваться студенты вузов соответствующих факультетов.

А $\frac{30404-003}{045(01)-76}$ 11-75

6Ф2

1

**ЛЕОНИД ВИКТОРОВИЧ АЛЕКСЕЕВ,
АЛЕКСАНДР ЕВГЕНЬЕВИЧ ЗНАМЕНСКИЙ,
ЕКАТЕРИНА ДАВЫДОВНА ЛОТКОВА**

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ МЕТРОВОГО И ДЕЦИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНОВ

Редактор Т. Б. Полднектова
Художник А. И. Шавард
Технический редактор Г. И. Колосова
Корректор Г. Г. Лев

Сдано в набор 11/VIII 1975 г. Подп. в печ. 11/XI 1976 г.
Т 16997 Формат 84×108/32 Бумага тип № 3 14,7 усл. печ. л.
15,32 уч.-изд. л. Тираж 5 000 экз. Изд. № 15469 Зак. № 189
Цена 78 коп.
Издательство «Связь» Москва 101000, Чистопрудный бульвар, д. 2

Типография издательства «Связь» Госкомиздата СССР
Москва 101000, ул. Кирова, д. 40

© Издательство «Связь», 1976 г.

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- A_1, A_2 — постоянные интегрирования (гл. 6)
 A_k — коэффициент слагаемого числителя дроби Чебышева (гл. 2)
 a — затухание
 Δa — неравномерность характеристики затухания в полосе пропускания
 b — фазовый сдвиг
 B — магнитная индукция (гл. 6)
 B_n — полином Баттерворта степени n (гл. 6)
 C — емкость
 C_0 — параметр спиральной линии (гл. 6)
 $C_{сп}$ — емкость четвертьволнового отрезка спиральной линии (гл. 6)
 C_h — сосредоточенная емкость
 C_1, C_2 — произвольные постоянные интегрирования (гл. 6)
 D — электрическая индукция (гл. 6)
 D_0 — диаметр внешнего проводника спиральной линии (гл. 6)
 D_1, D_2 — произвольные постоянные интегрирования (гл. 6)
 d_0 — диаметр спирали (гл. 6)
 d_n — диаметр провода спирали (гл. 6)
 E — напряженность электрического поля (гл. 6)
 $e = 2,718281828$
 $F(\xi)$ — аппроксимирующая функция
 $F_n(x)$ — дробь Чебышева
 f, Γ — частота
 G_n — параметр длинной линии
 $H(p)$ — коэффициент передачи
 H — напряженность магнитного поля (гл. 6)
 h — понижение экранирующей перегородки относительно верхнего края спирали (гл. 6)
 $J = \frac{1}{K}$ — параметр инвертора (гл. 1, 3, 5)
 I — ток
 I_n — ток в конце линии
 I_0, I_1 — функции Бесселя (гл. 6)
 i — текущий порядковый номер (в индексе)
 1 — мнимая единица
 $K = \frac{1}{J}$ — параметр инвертора (гл. 1, 3, 5)
 K, K' — полный эллиптический интеграл 1-го рода (гл. 2)
 K_0, K_1 — функции Бесселя (гл. 6)
 k, k' — модуль эллиптического интеграла (гл. 2, 4)
 L — индуктивность
 L_h — сосредоточенная индуктивность (гл. 6)
 L_n — параметр спиральной линии (гл. 6)
 $L_{сп}$ — индуктивность четвертьволнового отрезка спиральной линии (гл. 6)
 $M_{i, k}$ — взаимная индуктивность
 m — число витков спирали на единицу длины (гл. 6)
 N — число витков спирального резонатора (гл. 6)

- n — порядок аппроксимирующей функции, число элементов прототипа для полиномиального фильтра
 $P(x)$ — функция качества (гл 2)
 p — комплексная частотная переменная
 Q — добротность
 q — полный заряд на единицу длины (гл 4)
 R_z — дробь Золотарева (гл 2)
 R — сопротивление
 R_1 — параметр длинной линии
 R_1, R_2 — сопротивления на входе и выходе фильтра
 r — цилиндрическая координата (гл 6)
 r_1 — нормированное сопротивление нагрузки (источника сигнала) на входе фильтра
 $S(\xi)$ — аппроксимируемая функция (гл 2)
 S — сторона квадрата экрана спирального резонатора (гл 6)
 s — единичный вектор (гл 2)
 T_n — полином Чебышева степени n
 t — время
 U — напряжение
 $U_n(x)$ — числитель дроби Чебышева степени n
 v — скорость распространения электромагнитной энергии
 W — коэффициент ширины полосы пропускания (везде, кроме гл 2)
 w — ширина прямоугольного проводника полосковой линии (гл 4, 5, приложения), коэффициент ширины полосы пропускания (гл 2)
 X — многомерный вектор (гл 2)
 x — расстояние от короткозамкнутого конца длинной линии (гл 6)
 Y — полная проводимость
 $y_{i,k}$ — элемент матрицы проводимостей
 $y = \frac{1 - \alpha_0 x}{x - \alpha_0}$ (гл 2)
 Z — полное сопротивление
 Z_{xx}, Z_{xz} — полные входные сопротивления в режиме холостого хода и короткого замыкания
 z — цилиндрическая координата
 α_1 — величина элемента прототипа
 α_0 — корень знаменателя дроби Чебышева (гл. 2)
 α — постоянная затухания (гл 6)
 β — постоянная распространения (гл 6)
 $\gamma = \alpha + i\beta$ — постоянная передачи (гл 6)
 Δ — толщина стенки каркаса спирали (гл 6)
 $\Delta(\xi)$ — разность аппроксимируемой и аппроксимирующей функций (гл 2)
 $s = 10^{0,1\Delta\alpha} - 1$ — коэффициент неравномерности амплитудно-частотной характеристики фильтра в полосе пропускания
 ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость среды
 η — коэффициент трансформации
 θ^0 — электрическая длина линии
 j — плотность тока (гл. 6)
 κ — коэффициент связи между резонаторами (гл 6)
 λ — длина волны в линии (гл 4, 6)

- μ — магнитная проницаемость среды
- ν — текущий порядковый номер (в индексе)
- ξ — независимая переменная (гл. 2)
- π — 3,1415926536 ..
- ρ — коэффициент отражения (везде, кроме гл 6),
объемная плотность заряда (гл 6)
- $\rho_{л}$ — волновое сопротивление длинной линии (гл. 6)
- $\rho_{сп}$ — волновое сопротивление спирального резонатора
(гл. 6)
- $\rho_{к}$ — волновое сопротивление колебательного контура с
сосредоточенными элементами L и C
- σ — поверхностная плотность заряда на проводах линий
(гл. 4)
- τ — шаг намотки спирали (гл 6)
- Φ — угол между направлением витка спирали и осью
(гл 6)
- Φ — цилиндрическая координата (гл. 6)
- Ψ — функция многомерного вектора (гл. 2)
- Ω — нормированная угловая частота
- ω — угловая частота

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга предназначена для инженерно-технических работников, занимающихся разработкой фильтров. Она может быть полезна также студентам вузов соответствующих специальностей. Авторы ставили своей задачей изложение методов проектирования фильтров метрового и дециметрового диапазонов по рабочим параметрам, единообразным для цепей как с сосредоточенными, так и с распределенными элементами.

В первой части книги (гл. 1, 2) кратко излагаются условия физической осуществимости и вопросы аппроксимации. Третья глава посвящена реализации электрических фильтровых схем с числом элементов, превышающим число параметров передаточной функции. В гл. 4, 5, 6 приводятся сведения об основных параметрах плосковых и спиральных линий и даются теория и методы расчета фильтров, использующих в качестве резонаторов отрезки таких линий.

Главы 1, 3, 6 и приложения 1 и 2 написаны совместно Знаменским А. Е. и Лотковой Е. Д. Глава 2 написана Знаменским А. Е. Глава 4 написана Алексеевым Л. В. и Лотковой Е. Д. Глава 5 написана авторами совместно. Пример 6 в приложении 2 написан Нестеровым М. И.

Авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность руководителю секции теории электрических цепей Ленинградского отделения НТОРЭС им. А. С. Попова проф. А. Ф. Белецкому и проф. А. Л. Фельдштейну за ценные советы и замечания, позволившие улучшить материал книги, а также А. Ф. Зиновьеву, М. И. Нестерову и А. А. Смирнову за помощь в проведении необходимых расчетов и экспериментов.

Отзывы и замечания по книге просьба направлять по адресу: 101000, Москва-центр, Чистопрудный бульвар, 2, издательство «Связь».

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

С точки зрения реализации электрических фильтров и вообще устройств и приборов с заданными частотными характеристиками область частот электромагнитных колебаний, относящихся к метровому диапазону (30—300 МГц) и отчасти к дециметровому диапазону, представляет собой переходную зону между высокими и сверхвысокими частотами, между областью преимущественного использования электрических цепей с сосредоточенными параметрами и областью использования цепей с распределенными параметрами. При этом для систем с распределенными параметрами частоты метрового и нижней части дециметрового диапазонов оказываются слишком низкими, а для систем с сосредоточенными постоянными — слишком высокими. Действительно, для частоты 30 МГц (длина волны в свободном пространстве 10 м) четвертьволновый отрезок передающей линии должен иметь длину 2,5 м, для частоты 100 МГц — 0,75 м. В то же время при расчете схем на сосредоточенных элементах их номинальные значения получаются близкими к паразитным параметрам схемы — емкости монтажа и индуктивности соединительных проводников.

В связи с этим не существует общепринятой нижней границы для области, получившей в отечественной технической литературе название диапазона сверхвысоких частот. В качестве нижней границы СВЧ диапазона в некоторых случаях указывается частота 30 МГц [46, 141, 143, 145], в некоторых случаях — 300 МГц [50, 147].

С точки зрения теории и практики реализации фильтров метровый диапазон до самого недавнего времени оставался менее освоенным по сравнению с более высокочастотными диапазонами: дециметровым и сантиметровым. Однако в последнее время интерес к метровому диапазону возрос. Разрабатываются системы уплотнения коаксиального кабеля емкостью до 10 000 каналов, использующие низкочастотную часть метрового диапазона [148]. В литературе появляются сведения о разработке еще более высокочастотных систем. В усилителях промежуточной частоты радиорелейных линий используются фильтры сосредоточенной селекции (ФСС) для диапазонов 70, а также 140 МГц [142, 151]. Фильтры широко используются в устройствах кварцевой стабилизации частоты. Теснота в эфире, возрастание требований

к качественным характеристикам радиоэлектронной аппаратуры в системах радиосвязи, телевидения, измерительной техники, радиолокации и т. п. вызвали необходимость в разработке методов реализации фильтров и фазокорректоров диапазона метровых волн.

Используется довольно широкий ассортимент технических решений, основанных на использовании схем как с распределенными, так и с сосредоточенными схемными элементами: *LC*-фильтры, спиральные, полосковые с гребенчатой и встречно-стержневой структурой и т. д. Широко используются перестраиваемые (механически или электрически) фильтры метровых и дециметровых волн [71, 114, 152].

Поскольку фильтры метрового диапазона во многих случаях строятся по тем же принципам, что и фильтры для более высоких частот, в название книги включен и дециметровый диапазон. При этом сразу же нужно оговорить, что авторы не ставили своей целью охватить все без исключения типы фильтров, применяемых в том и в другом диапазонах, поскольку волноводные и коаксиальные фильтры в достаточной мере освещены в уже имеющихся монографиях [8, 71, 73]. Кроме того, коаксиальные фильтры в метровом диапазоне, как правило, не применимы, а область применения волноводных фильтров относится скорее к сантиметровому и более высокочастотным диапазонам. Поэтому задача сводилась к освещению вопросов теории и расчета фильтров *LC*, спиральных и полосковых.

Поскольку далее к фильтрам метрового диапазона, используемым в телевидении и радиорелейных линиях, обычно предъявляются требования и в части фазовой характеристики, в книгу включены некоторые сведения о способах реализации заданных фазовых характеристик (характеристик ГВЗ). Следует, однако, подчеркнуть, что авторы никак не претендуют на исчерпывающее изложение этого вопроса, послужившего темой для известных монографий [126, 131, 133].

На рис. В.1 приведены данные относительно области применения фильтров некоторых типов: 1 — кварцевые фильтры; 2 — спиральные фильтры; 3 — коаксиальные фильтры; 4 — волноводные фильтры. Область применения фильтров гребенчатой структуры, первые сведения о которых относятся к 1962 г., включает большую часть метрового, дециметрового и большую часть сантиметрового диапазонов. Эта область, так же как и обла-

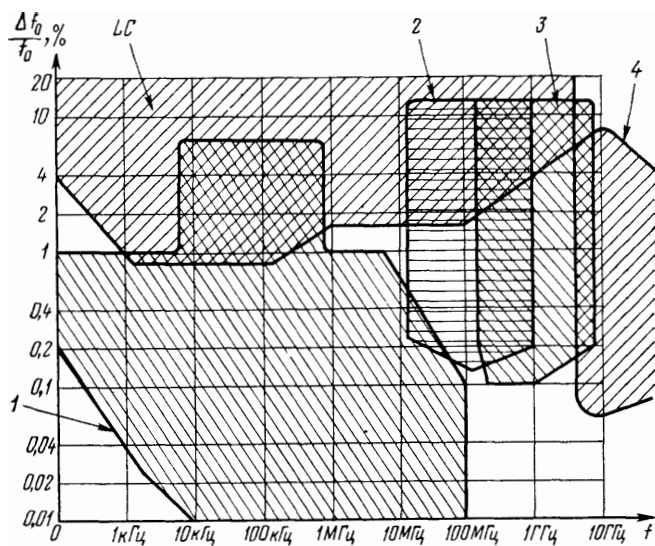


Рис. В 1 Области применения различных фильтров

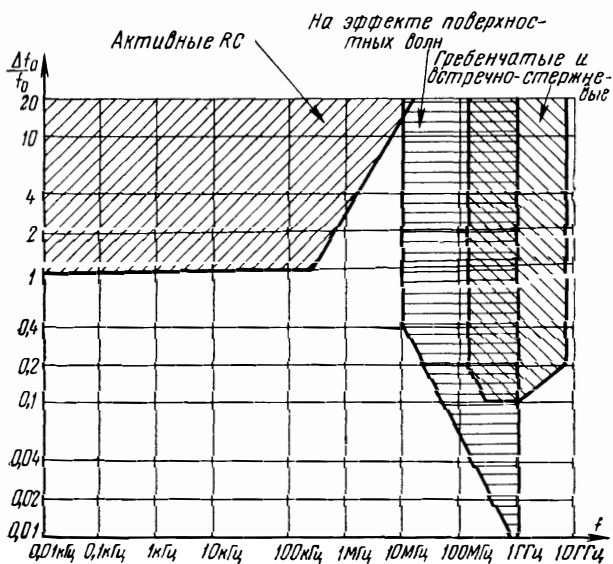


Рис. В 2. Области применения активных RC, гребенчатых, встречно-стержневых и фильтров на эффекте поверхностных волн

сти применения некоторых других сравнительно новых типов фильтров, представлена на рис. В.2.

Теория фильтров, построенных на распределенных элементах, как и вообще теория электрических цепей с распределенными элементами — это раздел общей теории электрических цепей, получивший наибольшее развитие за последние годы (наряду с теорией активных цепей). Развитие этой теории в значительной мере основывается на хорошо разработанных положениях классической теории цепей с сосредоточенными постоянными. Помимо перехода от сосредоточенных элементов к распределенным, для этой теории не менее характерно использование схем с избыточным числом элементов.

Раньше главным критерием при решении задачи синтеза электрических цепей было получение заданных характеристик при минимальном числе схемных элементов, и все работы в области синтеза электрических цепей ориентировались именно в этом направлении. Повышенные требования к аппаратуре высоких и сверхвысоких частот привели к тому, что методы точного синтеза начали широко применяться при проектировании электрических цепей с распределенными параметрами. Таким цепям очень часто соответствуют эквивалентные схемы или, точнее, схемы замещения с избыточным числом схемных элементов (число схемных элементов больше числа параметров функции, описывающей характеристики цепи). Метода синтеза таких цепей, простого по своей идее, удобного и точного не было. Появились приближенные методы синтеза, в частности, квазиполиномиальный метод. Его существо, грубо говоря, сводится к тому, что связи между контурами, например реактивное сопротивление емкости, считаются не зависящими от частоты. Это приводит к неточностям расчета, к повышению коэффициента отражения (КСВ), увеличению неравномерности амплитудно-частотной характеристики в полосе пропускания фильтра. Поэтому наряду с вопросами, относящимися непосредственно к фильтрам метрового и дециметрового диапазонов, в этой книге уделено значительное место теории схем с избыточным числом элементов с изложением как более простого и удобного, хотя и менее точного квазиполиномиального метода, так и точного метода синтеза таких схем, основанного на аппроксимации заданных характеристик дробью Чебышева.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1.1. Электрические фильтры и фазокорректоры и способы их реализации

Электрическим фильтром называют линейный четырехполюсник, который выделяет из состава сложного электрического колебания, подведенного ко входу фильтра, частотные составляющие, расположенные в заданной частотной области, и подавляет частотные составляющие в других, также заданных областях. Первоначально в качестве фильтров использовались электрические схемы, состоящие только из катушек индуктивности и конденсаторов. Такие фильтры, именуемые *LC*-фильтрами, можно в первом приближении рассматривать как чисто реактивные пассивные четырехполюсники.

В связи с освоением сверхвысоких частот начали применяться фильтры, в которых в качестве реактивных схемных элементов вместо катушек индуктивности и конденсаторов начали использоваться отрезки электрически длинных линий — коаксиальных, волноводных, спиральных. Эти фильтры также можно рассматривать как пассивные реактивные четырехполюсники, причем с большими основаниями, чем *LC*-фильтры.

Изобретение транзисторов привело к широкому применению в фильтрах активных элементов. На низких частотах это относится, прежде всего, к активным *RC*-фильтрам [62], позволяющим решить задачу миниатюризации частотно-селективных устройств, а также к фильтрам с компенсацией диссипативных потерь в *LC*-колебательных контурах [63].

На более высоких частотах, в частности, в случае фильтров метрового диапазона использование развязывающих транзисторных каскадов облегчает решение задачи хорошего согласования фильтров или фазокорректора с нагрузками. В последнем случае фильтр без развязывающих каскадов остается пассивным реактивным четырехполюсником. Точно так же пассивными реактив-

ными четырехполюсниками можно считать и кварцевые фильтры, получившие некоторое применение в области метровых волн. Другие типы фильтров — электромеханические [59, 60, 68], пьезокерамические [82] и даже электротепловые [72] применяются в частотных областях, лежащих значительно ниже рассматриваемого диапазона. Таким образом, фильтры метрового и дециметрового диапазонов реализуются как реактивные четырехполюсники¹⁾.

В тех случаях, когда, помимо модуля коэффициента передачи фильтра, представляет интерес и фазовый сдвиг, возможны, в принципе, два пути. Один из них состоит в проектировании фильтра с линейной фазовой характеристикой [125, 137, 138]. В другом случае задача разделяется на две — проектирование фильтра без требований к фазе и проектирование фазокорректора (корректора ГВЗ), представляющего собой всепропускающую (неизбирательную) цепь, создающую такой фазовый сдвиг, что общая фазовая характеристика фильтра и фазокорректора будет удовлетворять заданным требованиям. Второй путь обладает тем преимуществом, что позволяет учесть и скорректировать фазовые искажения не только фильтра, но и других элементов тракта передачи. Кроме того, известные решения задачи синтеза фильтров с линейной фазовой характеристикой как для схем с сосредоточенными постоянными, так и для СВЧ структур [84, 137, 138, 139] при приемлемом числе схемных элементов приводят к схемам с недостаточной для большинства практических применений избирательностью.

Поскольку телевидение и передача данных, а также, например, частотномодулированные сообщения чувствительны к фазовым характеристикам тракта передачи, возникает необходимость рассматривать фазокорректирующие цепи.

До сравнительно недавнего времени фазовые корректоры во всех случаях представляли собой, так же как *LC*-фильтры, пассивные реактивные четырехполюсники. Различие, однако, состоит в том, что фазокорректоры, будучи всепропускающими цепями, могут реализовываться только в виде мостовых Х- или Т-образных схем (рис. 1.1).

¹⁾ Известны статьи об активных фильтрах СВЧ [113], однако приводимые в них характеристики достаточно примитивны.

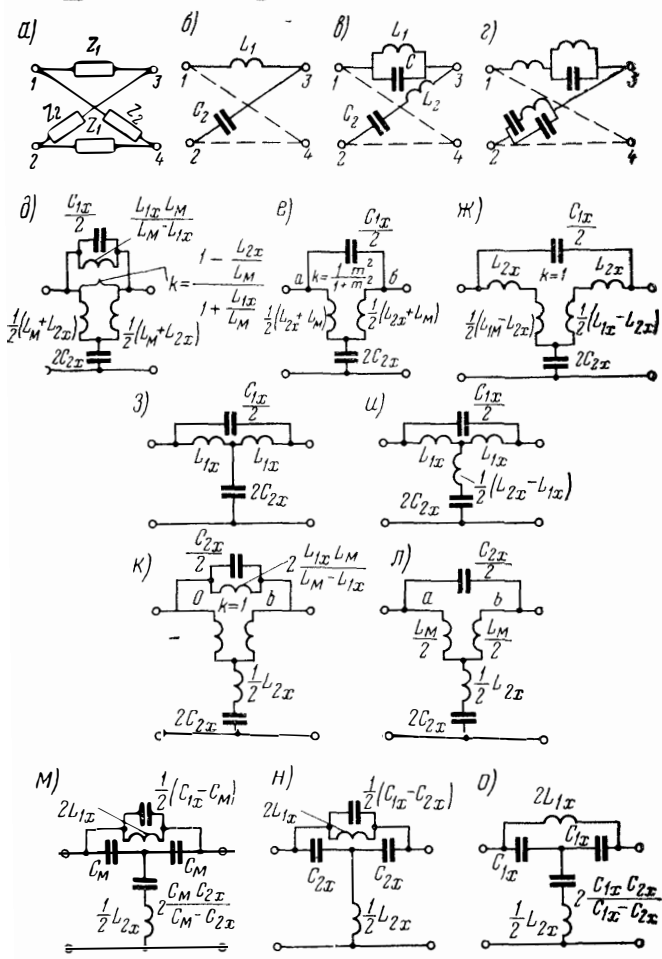


Рис. 11 Схемы фазокорректирующих звеньев:
 а) общий вид Х-образной схемы, б) фазовый контур Х-образной схемы с передаточной функцией первого порядка; в), д), е), ж), з), у), к), л), м), н), о) фазовые контуры с передаточными функциями второго порядка; г) фазовый контур с передаточной функцией третьего порядка

Характеристическое сопротивление таких схем, в отличие от LC-фильтров, постоянно на всех частотах. Кроме того, задача синтеза частотных характеристик фазокорректоров решается не аналитическими, а численными

ми методами. Оба эти обстоятельства привели к тому, что практически нет ничего общего между методами расчета фильтров и методами расчета фазокорректоров, несмотря на то, что и те и другие устройства представляют собой пассивные реактивные четырехполюсники, могут строиться на тех элементах LC или их аналогах с распределенными параметрами.

Тем не менее в литературе по теоретическим основам проектирования фильтров или фазокорректоров они часто рассматриваются отдельно; книги, посвященные фильтрам, часто не содержат никакого упоминания о фазокорректирующих цепях. В то же время в справочниках по расчету фильтров, адресованных инженерам-практикам, в последнее время начинают приводиться сведения, необходимые для расчета фазокорректоров [84]. Представляется, что требования к современной аппаратуре вынуждают нас последовать этому примеру.

Выше указывалось, что до недавнего времени фазокорректоры реализовывались в виде пассивных реактивных четырехполюсников. Для низких частот теперь имеются схемы активных RC -фазокорректоров. В диапазоне метровых волн начали использоваться активные фазокорректирующие звенья, обладающие некоторыми преимуществами в смысле возможностей регулировки фазовых характеристик и в смысле неравномерности амплитудно-частотной характеристики, обусловленной влиянием диссипативных потерь в реактивных элементах [134].

1.2. Условия физической осуществимости

Содержание теории электрических цепей составляют задачи анализа и синтеза, т. е. анализа свойств заданных электрических цепей и построения электрических цепей с заданными свойствами.

Процесс синтеза электрической схемы можно, как известно, разделить на два этапа:

— аппроксимацию, т. е. получение математического выражения частотной зависимости затухания в виде функции, удовлетворяющей так называемым условиям физической осуществимости;

— реализацию, т. е. представление этого выражения в виде идеализированной электрической схемы.

Здесь следует сразу же подчеркнуть, что, несмотря на высокую степень совершенства, до которой разрабо-

тана процедура синтеза электрических цепей по заданным характеристикам, ее применение не дает полной гарантии того, что реализованная цепь будет удовлетворять всем требованиям по электрическим характеристикам, например, в условиях серийного выпуска, при использовании элементов с теми или иными производственными допусками. Перечислим, прежде всего, условия физической осуществимости. Эти условия, сформулированные для пассивных цепей с сосредоточенными постоянными, распространяются благодаря преобразованию Ричардса $s = i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}$ на СВЧ цепи, состоящие из четвертьволновых отрезков передающих линий, по которым распространяется волна ТЕМ¹⁾. Поскольку данная работа ориентирована на решение задач синтеза либо для цепей с сосредоточенными постоянными, либо для цепей, на которые распределяются преобразования Ричардса, ниже рассматриваются условия физической осуществимости применительно к цепям с сосредоточенными постоянными.

Основной интерес при синтезе линейных электрических цепей представляют передаточные функции²⁾

$$H_n(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{w(p)}{v(p)}$$

¹⁾ Известны также и другие преобразования, в частности, преобразование Windruma $s = \operatorname{tg} h \sqrt{ip}$, связывающее функции цепей с сосредоточенными постоянными с функциями RC-цепей с распределенными постоянными [14, 15]. Впрочем, использование преобразования Windruma дает значительно меньшие преимущества, чем преобразование Ричардса, поскольку оно превращает ось вещественных частот в кривую на комплексной плоскости.

²⁾ Необходимо отметить, что до настоящего времени не существует общепринятого определения передаточных функций вообще и коэффициента передачи в частности: одни авторы понимают под этим коэффициентом отношение входной величины к выходной [2, 8, 80], другие — выходной величины к входной ([1, 3, 62]). При переходе от одного определения к другому понятия «нуль» и «полюс», естественно, меняются местами. Такое положение объясняется тем, что для пассивных цепей более удобно первое определение, так как коэффициент передачи всегда получается большим единицы; по той же причине для активных цепей удобнее второе. Тем не менее стремление к единству терминологии приводит к тому, что второе определение становится доминирующим (ср., например, [2] и [3]). По этой причине оно принято и авторами этой книги, несмотря на некоторые возникающие при этом неудобства (например, полиномиальным фильтром оказывается фильтр, у которого величина $H(i\omega)$ имеет полином в знаменателе, а не в числителе и т. д.).

или при разложении полиномов числителя и знаменателя $\omega(p)$ и $v(p)$ на линейные множители

$$H_{\Pi}(p) = \frac{b_0 (p - p_{01}) (p - p_{02}) \dots (p - p_{0m})}{(p - p_1) (p - p_2) \dots (p - p_n)}$$

Условия физической осуществимости передаточных функций следующие:

1. Передаточная функция физически осуществимой пассивной цепи, представляющая собой отношение полиномов $\omega(p)$ и $v(p)$, должна быть рациональной функцией переменного p с вещественными коэффициентами, т. е. принимающей вещественные значения при вещественных значениях переменного p , причем степень полинома числителя $\omega(p)$ не должна превышать степень полинома знаменателя $v(p)$. В силу вещественности полиномов $\omega(p)$ и $v(p)$ нули ($p_{01}, p_{02} \dots p_{0m}$) и полюсы ($p_1, p_2 \dots p_n$) передаточных функций могут быть вещественными и комплексными попарно-сопряженными. Нули и полюсы передаточных функций определяют функцию с точностью до постоянного вещественного множителя.

2. Второе условие физической осуществимости ограничивает расположение полюсов передаточных функций, а именно: полюсы передаточных функций могут быть расположены в левой p -полуплоскости, т. е. полином $v(p)$ должен быть полиномом Гурвица. Это условие является условием устойчивости электрической цепи.

Указанные два ограничения, накладываемые на передаточные функции $H_{\Pi}(p)$, являются необходимыми и достаточными условиями физической осуществимости передаточных функций электрических цепей. *

Для передаточных функций электрических цепей минимально фазового типа, к которым относятся схемы лестничной структуры, имеется третье ограничение:

3. Нули передаточных функций не могут находиться в правой полуплоскости.

Для чисто реактивных четырехполюсников расположение нулей передаточной функции ограничивается мнимой осью, т. е. полином числителя передаточной функции $\omega(p)$ есть четный или нечетный полином с вещественными коэффициентами.

4. Для рабочего коэффициента передачи пассивной цепи $H(p)$, отличающегося от передаточной функции $H_{\Pi}(p)$ постоянным множителем $\sqrt{4R_1/R_2}$, добавляется еще одно условие физической осуществимости.

На всей мнимой оси плоскости комплексного переменного, т. е. при $p = i\omega$, модуль функции $H(p)$ не может быть больше единицы.

5. Наконец, для всепропускающих цепей (фазовых контуров), модуль коэффициента передачи которых на всех частотах равен постоянной величине (для пассивных фазовых контуров — единице); нули и полюсы передаточной функции должны образовывать пары, расположенные симметрично относительно мнимой оси. Полюсы в соответствии с условием 2 — в левой p -полуплоскости, нули — в правой; естественно, при этом паре комплексно-сопряженных полюсов в левой полуплоскости должна соответствовать комплексно-сопряженная пара нулей в правой полуплоскости, расположенная симметрично относительно мнимой оси (рис. 1.2).

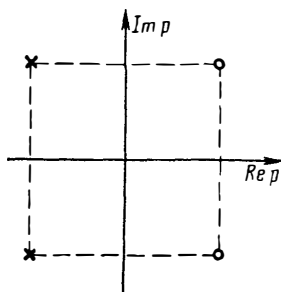


Рис. 1.2. Расположение нулей и полюсов передаточной функции фазового контура второго порядка

1.3. О задачах аппроксимации характеристик затухания, фазы и группового времени запаздывания

Итак, первый этап решения задачи синтеза электрических цепей сводится к тому, чтобы из совокупности функций, удовлетворяющих условиям физической осуществимости, найти такую, которая с требуемой точностью воспроизводила бы заданную характеристику.

Чаще всего требуемая зависимость задается в табличной или графической форме или в виде функции, которая не удовлетворяет условиям физической осуществимости в виде пассивной электрической цепи. Тогда возникает задача приближенного воспроизведения заданной зависимости с помощью функций, удовлетворяющих условиям физической осуществимости, или задача *аппроксимации*.

При решении задачи аппроксимации амплитудно-частотных характеристик фильтров различаются, прежде всего, полоса пропускания и полоса задерживания, между которыми лежит переходная область (рис. 1.3).

В пределах полосы пропускания коэффициент передачи, под которым мы будем понимать отношение вы-

ходной величины к входной, должен быть постоянен по модулю с заданной степенью точности. В пределах полосы задерживания коэффициент передачи (по модулю)



Рис. 1.3. Полоса пропускания, переходная область и полоса задерживания фильтра

не должен превосходить некоторого наперед заданного условия задачи значения. Другими словами, в полосе задерживания требуется обеспечить заданное затухание. Наконец, в переходной области коэффициент передачи некоторым образом изменяется от значения, допустимого в полосе пропускания, до значения, требуемого в полосе задерживания.

В зависимости от взаимного расположения полосы пропускания и полосы задерживания различаются (рис. 1.4):

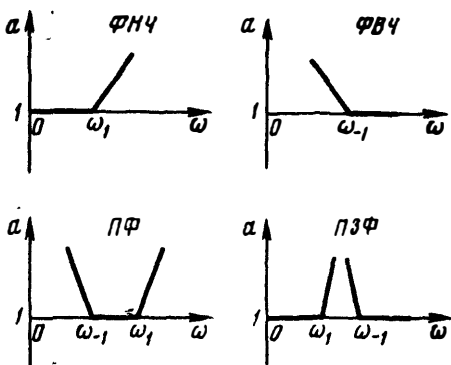


Рис. 1.4. Классификация фильтров по взаимному расположению полосы пропускания и полосы задерживания

- фильтры нижних частот (ФНЧ);
- фильтры верхних частот (ФВЧ);
- полоснопропускающие фильтры (ПФ);
- полоснозадерживающие фильтры (ПЗФ).

Требования к затуханию на разных уча-

стках полосы задерживания могут быть различными.

Заданные требования к модулю коэффициента передачи должны выполняться при заданном внутреннем сопротивлении эквивалентного генератора на входе и заданной нагрузке на выходе. Практически, все существующие расчетные методы основаны на предположении чисто активных и постоянных сопротивлений генератора и нагрузки, включая, как предельные случаи, нулевые

и бесконечно большие сопротивления (идеальные генераторы тока или напряжения на входе, холостой ход или короткое замыкание на выходе).

Помимо требований к модулю коэффициента передачи, в некоторых случаях предъявляются те или иные требования к аргументу этого коэффициента, т. е. к фазовой характеристике.

Могут также предъявляться требования к коэффициенту отражения по входу и выходу фильтра. Эти требования практически обоснованы, как правило, только в тех случаях, когда фильтр стыкуется с электрически длинными линиями, где появление отраженных волн приводит к переходам с одной пары кабеля на другую, появлению ложных импульсов и т. д. либо при стыковке фильтра с устройствами, входное сопротивление которых зависит от частоты.

Модуль рабочего коэффициента передачи фильтра можно записать в виде

$$|H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \Phi(i\omega)}}, \quad (1.1)$$

где $\Phi(i\omega)$ — функция фильтрации, в качестве которой могут использоваться полиномы или дроби, представляющие собой четные функции ω ; ε^2 — коэффициент, характеризующий степень постоянства функции передачи в полосе пропускания в зависимости от частоты.

Тогда рабочее затухание фильтра [3]

$$a = 10 \lg [1 + \varepsilon^2 \Phi(i\omega)]. \quad (1.2)$$

Наиболее распространенные в инженерной практике способы получения функции фильтрации, а следовательно, и функции передачи фильтра $H(p)$ удобно классифицировать по критерию аппроксимации амплитудно-частотных характеристик (рис. 1.5):

- волнообразное (колебательное) приближение в полосе пропускания и в полосе задерживания;
- монотонное (максимально плоское) приближение в полосе пропускания и в полосе задерживания;
- волнообразное (колебательное) приближение в полосе пропускания и монотонное в полосе задерживания;
- монотонное приближение в полосе пропускания и колебательное в полосе задерживания.

Колебательное приближение, как правило, бывает равноволновым (рис. 1.5).

Функции фильтрации рассматриваются в гл. 2.

В тех случаях, когда, кроме АЧХ, задается либо фазо-частотная характеристика (ФЧХ), либо частотная характеристика группового времени (ЧХГВ), при аппроксимации этих характеристик также используется волнообразное или монотонное приближение, причем

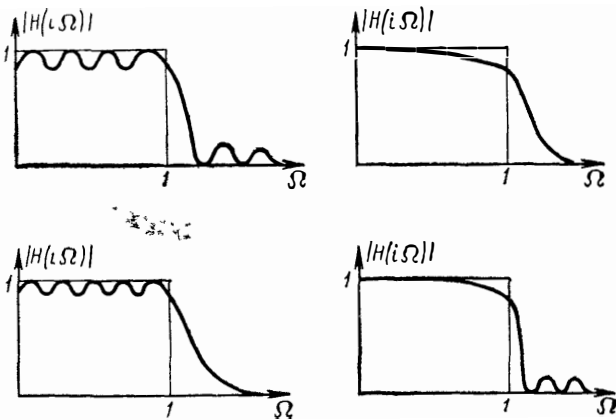


Рис 15. Критерии аппроксимации амплитудно-частотных характеристик

в данном случае речь идет только о полосе пропускания. Здесь целесообразно дать некоторые пояснения в отношении группового времени и его связи с ФЧХ.

Из определения группового времени

$$t_{гр} = \frac{dB}{d\omega}, \quad (1.3)$$

где B — фазовый сдвиг четырехполюсника; ω — угловая частота, следует, что между ФЧХ и ЧХГВ существует однозначное соответствие (не учитывая, конечно, постоянную слагающую ГВ). Другими словами, зная ФЧХ, можно всегда определить ЧХГВ и наоборот.

Если предположить, что ФЧХ выражается соотношением

$$B = k_1\omega + k_2 \sin \frac{\omega}{\Delta\omega}, \quad (1.4)$$

то ЧХГВ будет определяться как

$$t_{гр} = k_1 + \frac{k_2}{\Delta\omega} \cos \frac{\omega}{\Delta\omega} \quad (1.5)$$

и, следовательно, та и другая характеристики будут равноволновыми (рис. 1.6а), причем отклонению ФЧХ от прямой $k\omega$ на $\pm k_2^\circ$ будет соответствовать отклонение ЧХГВ от постоянной величины на $\pm \frac{k_2}{\Delta\omega}$ с.

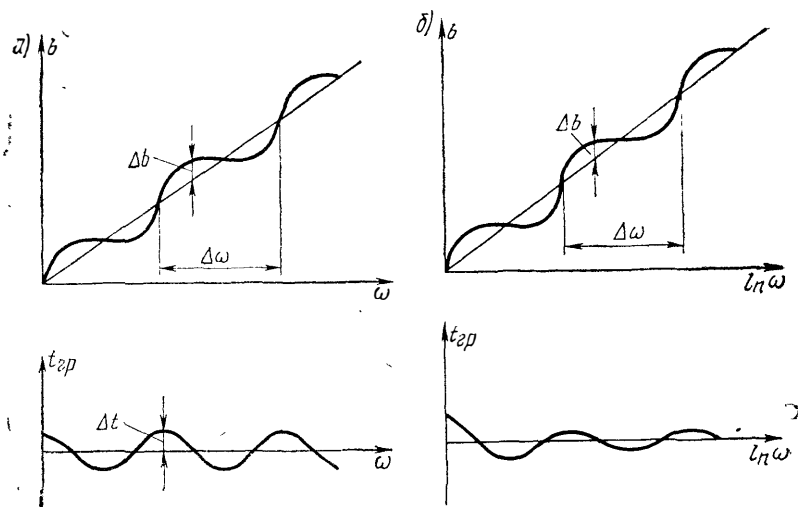


Рис. 1.6. Соотношения между отклонениями характеристик фазы и группового времени от заданных

Однако практически никогда ФЧХ и ЧХГВ не изменяются с частотой в точности по закону синуса или косинуса, и тогда равноволновому приближению одной из этих характеристик не будет соответствовать равноволновое приближение другой характеристики. Если, например, ФЧХ будет представлять собой синусоиду при логарифмической шкале частот, т. е. $B = k_1\omega + k_2 \sin \ln \frac{\omega}{\Delta\omega}$, то отклонение фазы от прямой будет равноволновым, в то же время соответствующая ЧХГВ $t_{gp} = k_1 + \frac{k_2}{\omega} \cos \ln \frac{\omega}{\Delta\omega}$, как нетрудно убедиться, не будет удовлетворять критерию равноволновости (рис. 1.6б).

Поскольку требования к характеристикам фильтров задаются в разных случаях либо через фазу, либо через групповое время, следует признать правомерными методы аппроксимации как ФЧХ, так и ЧХГВ. При этом в связи с широким распространением автоматических

измерителей частотных характеристик наибольшее значение получают методы аппроксимации ЧХГВ.

Второй этап решения задачи синтеза электрических цепей — реализация электрической схемы — сводится к нахождению схемных элементов. Схемные элементы фазокорректирующих цепей, реализуемых в виде каскадного соединения звеньев, каждое из которых соответствует передаточной функции не выше второго порядка (степень p как в числителе, так и в знаменателе не превышает 2), находятся с помощью элементарных формул. Значительно сложнее обстоит дело с фильтрами, представляющими собой реактивные четырехполюсники более общего вида.

Для нахождения схемных элементов такого реактивного четырехполюсника, как правило, используется метод, основанный на соотношении между коэффициентом отражения и рабочим затуханием четырехполюсника.

В последнее время в связи со все более широким использованием вычислительных машин появляются и разрабатываются новые методы, которые оказываются более эффективными в этих новых условиях. Один из этих способов, основанный на использовании континуантов, рассмотрен в [85].

1.4. Идеальные трансформаторы и инверторы

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПАССИВНЫЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

В теории электрических цепей, сложившейся к 50-м годам, использовались четыре пассивных элемента: сопротивление, индуктивность, емкость и взаимная индуктивность [6]. Дальнейшее развитие этой теории, связанное с освоением высоких и сверхвысоких частот, привело к введению дополнительных пассивных элементов, среди которых нас будут особо интересовать инверторы и единичные элементы.

В этом параграфе дается краткое описание свойств инвертора, а также идеального трансформатора, который использовался в теории электрических цепей десятилетия тому назад и теперь широко применяется при анализе и синтезе как цепей с сосредоточенными постоянными, так и цепей СВЧ.

Свойства единичного элемента, используемого только в теории электрических цепей СВЧ, рассматриваются в гл. 5.

ИДЕАЛЬНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР

На рис. 1.7а показана цепь с двумя активными нагрузками на выходе и входе, характеризующаяся z -параметрами (параметрами холостого хода). Условия передачи мощности не изменяются, если заменить цепь рис. 1.7а цепью рис. 1.7б.

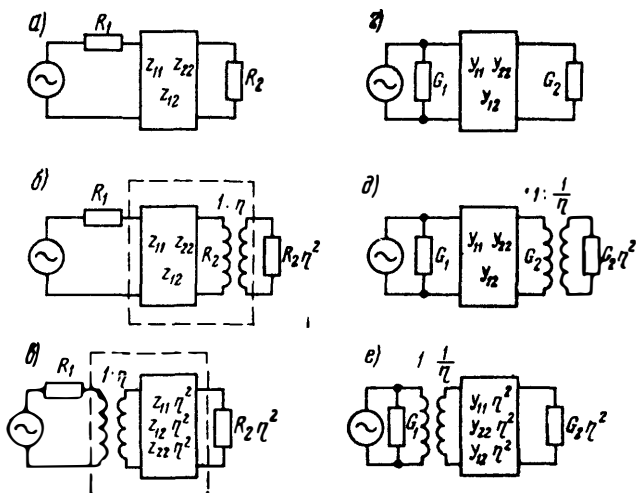


Рис. 1.7. Преобразования цепей с помощью идеальных трансформаторов

Указанные цепи не являются эквивалентными в обычном смысле этого слова, но обладают одинаковыми характеристиками передачи мощности от источника в нагрузку. Цепь рис. 1.7в отличается от цепи рис. 1.7б тем, что идеальный трансформатор теперь занимает место перед четырехполюсником. Эти цепи полностью эквивалентны, что легко доказать путем рассмотрения цепных матриц четырехполюсников, обведенных пунктиром.

На рис. 1.7г, д, е приведены преобразования, аналогичные преобразованиям рис. 1.7а, б, в для дуальной цепи. Следует отметить, что при дуальной замене коэффициент трансформации идеального трансформатора η заменяется на обратную величину $1/\eta$.

Идеальный трансформатор можно ввести в любой участок схемы, если предварительно схему расчленить на отдельные четырехполюсники.

Инвертор — идеальный преобразователь сопротивлений, матрица передачи которого имеет вид

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \pm iK \\ \pm \frac{i}{K} & 0 \end{vmatrix}, \quad (1.6)$$

где K — коэффициент инверсии, представляющий собой модуль передаточного сопротивления инвертора от входа к выходу. Поскольку, как видно из (1.6), $AD - BC = -(\pm iK)(\pm \frac{i}{K}) = 1$, инвертор является взаимным элементом.

Используя систему характеристических параметров, можно получить, что характеристическое сопротивление инвертора Z_x (для инвертора $Z_{x1} = Z_{x2} = Z_x$) и его постоянная передачи γ равны соответственно:

$$\left. \begin{aligned} Z_x &= K \\ \gamma &= \pm i \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\}. \quad (1.7)$$

Иногда вместо характеристического сопротивления удобно использовать обратную величину, называемую характеристической проводимостью.

$$J = 1/K. \quad (1.8)$$

Если в цепи имеются инверторы, то при замене на дуальную цепь характеристические сопротивления заменяются на характеристические проводимости и наоборот.

Рассмотрим цепь рис. 18а, состоящую из инвертора с единичным характеристическим сопротивлением и идеального трансформатора с коэффициентом трансформации η . Цепная матрица такой цепи:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \pm i \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{\eta} & 0 \\ 0 & \eta \end{vmatrix} = \pm i \begin{vmatrix} 0 & \eta \\ \frac{1}{\eta} & 0 \end{vmatrix}. \quad (1.9)$$

Выражение в правой части (1.9) является цепной матрицей инвертора с характеристическим сопротивлением $Z_x = \eta$. Таким образом, инвертор всегда можно представить в виде каскадного соединения единичного инвертора и идеального трансформатора, т. е. схемы

рис. 1.8а и б эквивалентны. Отметим, что при этом идеальный трансформатор должен быть включен правее единичного инвертора. Введение единичного инвертора в цепь приводит к замене цепи справа от инвертора на дуальную цепь.

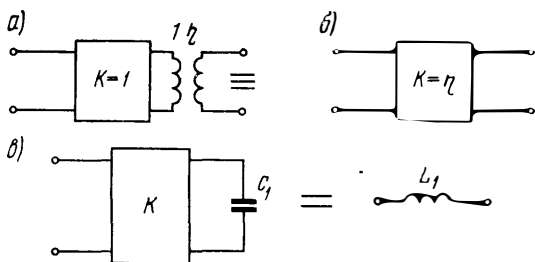


Рис. 18 Эквивалентные преобразования цепей с помощью инверторов и идеальных трансформаторов

Введение инвертора с неединичным характеристическим сопротивлением можно представить как последовательное введение единичного инвертора и идеального трансформатора. Покажем это на примере. На рис. 1.9а приведена схема с двумя активными нагрузками, а на рис. 1.9б эта же схема — с инвертором. Сопротивление справа от инвертора заменено на величину, дуальную исходной. Схемы рис. 1.9а и б не являются эквивалентными в смысле фазовой характеристики, однако обе они имеют одинаковую характеристику затухания. Схемы рис. 1.9б и в являются эквивалентными, если выполнено условие дуальной замены, т. е. $z_{11} = y_{11}$; $z_{22} = y_{22}$; $z_{12} = y_{12}$.

В схему рис. 1.9г введен идеальный трансформатор, затем он перемещен, как показано на рис. 1.9д. Подобные преобразования уже были рассмотрены выше (см. рис. 1.7). В схеме рис. 1.9е каскадное соединение единичного инвертора и идеального трансформатора заменено инвертором с характеристическим сопротивлением $K = \eta$.

Матрица передачи для каскадного соединения двух четырехполюсников: инвертора K и проводимости Y_2 имеет вид

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \pm iK \\ \mp \frac{i}{K} & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Y_2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \pm iKY_2 & \pm iK \\ \pm \frac{1}{K} & 0 \end{vmatrix}.$$

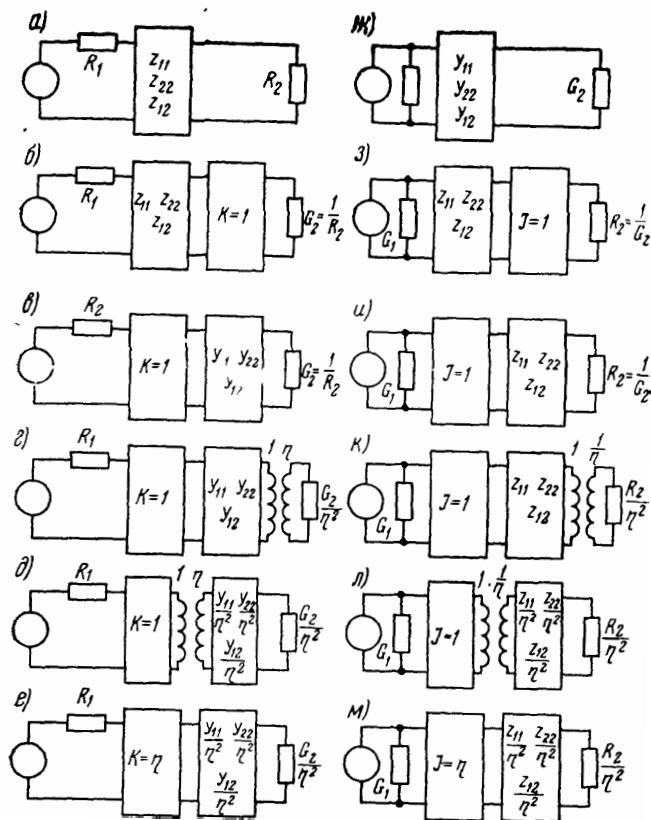


Рис. 1.9. Преобразования цепей при введении инверторов и идеальных трансформаторов

Используя связь между элементами матрицы передачи $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ и матрицы $\|Z\|$, можно определить входное сопротивление такой цепи:

$$Z_1 = Z_{11} = \frac{A}{C} = K^2 Y_2. \quad (1.10)$$

Матрица передачи для каскадного соединения инвертора и сопротивления Z_2 имеет вид

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \pm iK \\ \pm \frac{i}{K} & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \pm iK \\ \pm \frac{i}{K} & \pm \frac{iZ_2}{K} \end{vmatrix}.$$

Используя связь между элементами матрицы передачи $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ и матрицы $\|Y\|$, определяем входную проводимость цепи:

$$Y_2 = Y_{11} = D/B = Z_2/K^2. \quad (1.11)$$

На рис. 1.8в показан инвертор, нагруженный емкостью C_1 .

Входное сопротивление цепи в соответствии с (1.10) имеет вид: $Z_1 = K^2 p C_1$, Z_1 представляет собой сопротивление индуктивности, $L_1 = K^2 C_1$.

В соответствии с (1.10) и (1.11) инверторы преобразуют параллельные контуры в шунтирующих ветвях фильтров в последовательные контуры в продольных ветвях и, наоборот, последовательные контуры в продольных ветвях превращаются в параллельные контуры в шунтирующих ветвях, причем волновое сопротивление контуров зависит от коэффициента инверсии K . Такие преобразования приводят к схемам, содержащим инверторы и только последовательные или только параллельные контуры.

В отличие от идеальных трансформаторов и единичных элементов, идеальные инверторы не могут использоваться при точных методах синтеза. Однако они широко применяются при приближенных методах синтеза.

При синтезе фильтров приближенными методами идеализированные инверторы заменяются структурами, которые в определенной полосе частот достаточно хорошо аппроксимируют идеальный инвертор.

Свойствами инверторов в некотором диапазоне частот обладают четвертьволновые отрезки и схемы преобразователей сопротивлений, изображенные на рис. 1.10.

Свойства преобразователей сопротивлений четырехполосники рис. 1.10 сохраняют на всех частотах, однако коэффициент инверсии K (равный характеристическому сопротивлению четырехполосника) изменяется в зависимости от частоты. Как видно из рис. 1.10, схемы преобразователей содержат по два отрицательных элемента. При введении преобразователя необходимо выбрать его схему таким образом, чтобы его отрицательные элементы включались в резонансные контуры фильтра, т. е. отрицательные емкость или индуктивность преобразователей рис. 1.10б и 1.10г оказывались включенными последовательно с емкостью или индуктивностью контура в продольной ветви, а отрицательные емкость или

индуктивность преобразователей рис. 1.10а и 1.10в — параллельно с емкостью или индуктивностью контура в шунтирующей ветви.

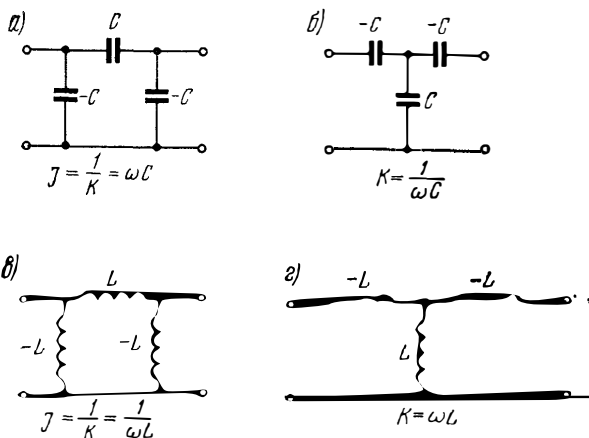


Рис 1.10. Схемы неидеальных инверторов

Иногда используются термины: K — инвертор полного сопротивления (для схем рис. 1.10б, г); J — инвертор полной проводимости (для схем рис. 1.10а, в). Первый применяется, если в качестве основного параметра берется характеристическое сопротивление, второй — когда за основной параметр принимают характеристическую проводимость. Это условное разделение удобно при анализе, если требуется осуществлять переход к дуальным системам.

Элементы матриц идеального инвертора и идеального трансформатора не зависят от частоты, поэтому частотные преобразования не изменяют параметров этих элементов.

Нетрудно убедиться в том, что если задана исходная цепь, из которой затем получается новая цепь с помощью преобразования частоты и введения в цепь инверторов и идеальных трансформаторов, то конечный результат будет одним и тем же независимо от порядка следования операций, производимых над цепью.

АППРОКСИМАЦИЯ

2.1. Общие замечания

Как было отмечено в § 1.3, задача аппроксимации, являющаяся первым этапом синтеза фильтра или фазо-корректора, состоит в нахождении функции, выражающей заданную частотную зависимость затухания и удовлетворяющей условиям физической осуществимости.

Среди способов получения заданной частотной зависимости затухания (ее аппроксимации) следует, прежде всего, выделить аналитические и численные методы. Под аналитическими здесь понимаются методы, использующие те или иные математические выражения, которые дают единственное оптимальное по заданному критерию решение без необходимости последовательных приближений к этому решению. Численные методы синтеза всегда сводятся к более или менее случайному выбору значений параметров рассчитываемого устройства (коэффициентов аппроксимирующего выражения) и последующей оптимизации этих значений по той или иной процедуре, причем такой цикл (случайный выбор и оптимизация) может происходить многократно. Разного рода графические методы расчета также, по существу, относятся к этой категории.

Аналитические методы аппроксимации, основанные на трудах выдающихся русских математиков прошлого века П. Л. Чебышева и Е. И. Золотарева, нашли исключительно широкое применение при проектировании фильтров. Эти методы с тех пор, как появились построенные с помощью ЭВМ расчетные таблицы (см. § 3.2), стали самыми надежными и удобными для проектировщика фильтров. Однако сфера применения аналитических методов ограничена расчетом фильтров (имеются в виду LC -фильтры) либо без потерь в реактивных элементах, либо с так называемыми однородными потерями, т. е. с равнодобротными реактивными элементами.

Фазокорректирующие цепи всегда рассчитывались численными (или графическими) методами. Не существует аналитических решений и для фильтров с неоднородными потерями, т. е. для случая, когда добротности реактивных элементов различны, с ограничениями на номиналы схемных элементов и для некоторых других случаев.

Аналитические методы аппроксимации достаточно подробно описаны в литературе [1, 2, 62, 80], поэтому здесь о них даются лишь самые основные сведения. Численные методы применительно к задачам теории электрических цепей описаны значительно менее подробно, поэтому им здесь уделено большее внимание.

2.2. Аналитические методы аппроксимации

Перед тем как перейти к рассмотрению аппроксимирующих функций, необходимо сделать замечание, касающееся нормирования расчета. В теории фильтров общепринято так называемое нормирование по частоте, приводящее расчет различного типа фильтров (*ФНЧ* — нижних частот, *ФВЧ* — верхних частот, *ППФ* — полоснопропускающих, *ПЗФ* — полоснозадерживающих), работающих в различных диапазонах частот, к расчету фильтра вполне определенного типа, имеющего вполне определенную частоту среза. В качестве такого нормированного фильтра принимается фильтр нижних частот, имеющий частоту среза $\omega_1 = 1$ рад/с или $f_1 = \frac{1}{2\pi}$ Гц. Этот нормированный фильтр именуется прототипом.

Переход от прототипа к фильтру с частотой среза $\omega = k$, рад/с осуществляется делением величин всех реактивных элементов, т. е. индуктивностей и емкостей, на k . Переход от низкочастотного прототипа к требуемому типу фильтра осуществляется путем преобразования частоты.

При расчете *LC*-фильтров используется также нормирование по сопротивлению, выражающееся в том, что нагрузочное сопротивление принимается равным одному ому.

Для перехода к номинальному нагрузочному сопротивлению, равному R , Ом, необходимо в R раз увеличить индуктивности и в то же число раз уменьшить все емкости.

Приведем теперь краткую сводку аппроксимирующих выражений, чаще всего используемых при расчетах

фильтров. Более подробные сведения по этому вопросу содержатся в [1, 2, 62, 80].

Выражение для рабочего затухания фильтра (в децибелах) в общем случае записывается в виде

$$a = 10 \lg[1 + \varepsilon \varphi(\Omega)], \quad (2.1)$$

где $\varepsilon = 10^{0.1\Delta a} - 1$ — коэффициент, характеризующий неравномерность затухания в полосе пропускания фильтра в зависимости от частоты; $\varphi(\Omega)$ — функция фильтрации, близкая к нулю в полосе пропускания и принимающая желателно как можно бóльшие значения в полосе задерживания; Δa — неравномерность затухания в полосе пропускания, дБ.

В качестве функции фильтрации используются различные полиномы и дроби.

Полином Чебышева при записи в тригонометрической форме имеет вид

$$T_n(x) = \cos n \arccos x. \quad (2.2)$$

Очевидно, $T_1(x) = x$; $T_2(x) = 2x^2 - 1$ и т. д. Выражения полиномов Чебышева для n от единицы до десяти приведены в ряде книг, например, в [62] (приложение 1).

Для определения полиномов с произвольным n можно пользоваться рекуррентной формулой:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

Например: $T_3(x) = 2x(2x^2 - 1) - x = 4x^3 - 3x$.

Функция $T_n(x)$ при изменении x от -1 до $+1$ изменяется в пределах от -1 до $+1$, переходя через нуль n раз и принимая крайние значения, поочередно -1 или $+1$, $n+1$ раз. За пределами интервала $-1 < x < +1$ функция $|T_n(x)|$ монотонно растет.

Доказано [2, 30], что никакой другой полином той же степени, модульное значение которого в пределах изменения x от -1 до $+1$ не превышало бы единицу, не может за пределами интервала $-1 < x < +1$ принимать значения, бóльшие по абсолютной величине чем полином Чебышева. Это свойство полиномов Чебышева и объясняет их исключительно широкое применение при расчете фильтров.

Поскольку функция $\arccos x$ при значениях $|x| > 1$ не существует, для указанных значений аргумента применяется выражение: $T_n = \operatorname{ch} n \operatorname{Ar} \operatorname{ch} x$, которое легко получить из (2.2), используя связь тригонометрических и гиперболических функций.

При значениях $x > 1$ все полиномы T_n положительны; при значениях $x < 1$ полиномы четных степеней положительны, нечетных степеней — отрицательны.

При использовании в качестве функции фильтрации полинома Чебышева выражение (1) принимает вид

$$a = 10 \lg [1 + \varepsilon T_n^2(\Omega)] . \quad (2.3)$$

У прототипа с такой характеристикой полоса пропускания от $\Omega=0$ до $\Omega=1$, переходная область и полоса задерживания от $\Omega=1$ до $\Omega=\infty$.

Минимальная величина относительного затухания a в полосе пропускания будет, очевидно, равна нулю, максимальная величина в той же полосе

$$a = 10 \lg (1 + \varepsilon), \quad (2.4)$$

неравномерность затухания в полосе пропускания Δa также будет равна $10 \lg (1 + \varepsilon)$, откуда

$$\varepsilon = 10^{0.1 \Delta a} - 1. \quad (2.5)$$

Характеристики затухания фильтров, выражаемые соотношением (2.3), даны в [62, 71, 80, 84] и ряде других книг.

С помощью полинома Чебышева можно получить также монотонную аппроксимацию в полосе пропускания и равноволновую в полосе задерживания. Для этого необходимо вычесть из единицы обратную величину выражения, стоящего в (2.3) под знаком логарифма. Полученное таким путем выражение

$$a = -10 \lg \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon^2 T^2(\Omega)}} \quad (2.6)$$

представляет собой характеристику затухания фильтра верхних частот, затухание такого фильтра в полосе пропускания монотонно возрастает по мере приближения к полосе задерживания, а в полосе задерживания обладает $\frac{n+1-(-1)^n}{2}$ нулями передачи (полюсами затухания).

Характеристики фильтров нижних частот и полосовых можно получить из (2.6) с помощью преобразований, описываемых в § 2.7.

Характеристики относительного затухания в полосе задерживания для фильтров-прототипов нижних частот с монотонно возрастающим затуханием в полосе про-

пускания и равноволновыми характеристиками в полосе задерживания даны в [88].

Полином Баттерворта имеет вид

$$B_n = \Omega^n. \quad (2.7)$$

Подстановка (2.7) в (2.1) в качестве $\varphi(\Omega)$ дает

$$a = 10 \lg(1 + \varepsilon \Omega^{2n}).$$

Если $\varepsilon=1$, при $\Omega=1$ $a \approx 3$ дБ, что соответствует потере половины мощности. Характеристики относительного затухания, обеспечиваемые электрическими фильтрами, рассчитанными с помощью полиномов Баттерворта для $\varepsilon=1$ и различных n , представлены в [62, 71, 80] и ряде других книг.

При других заданных значениях неравномерности затухания Δa необходимо заменить принятую для $\Delta a=3$ дБ нормированную частоту Ω_b на Ω в соответствии с выражением

$$\Omega_b = \frac{\Omega}{\sqrt[n]{D_n}}. \quad (2.8)$$

Соответствующие значения D_n приведены в табл. П1.8 [62].

Из сопоставления графиков, относящихся к использованию полиномов Чебышева и Баттерворта, можно сделать вывод, что при одинаковом значении n (т. е. одинаковом количестве схемных элементов при реализации) равноволновая аппроксимация обеспечивает максимально возможную крутизну нарастания затухания в полосе задерживания. В некоторых работах содержится утверждение о том, что максимально плоское приближение дает лучшую фазовую характеристику фильтра. Если, однако, иметь в виду, что АЧХ фильтра в любом случае должна удовлетворять заданным требованиям по затуханию, то при некоторых условиях чебышевский фильтр оказывается лучше максимально плоского. При применении же фазокорректоров характеристика ГВЗ становится, по крайней мере, теоретически независимой от АЧХ.

Дробь Золотарева дает возможность получить равноволновое приближение как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания.

Для четных n эта дробь записывается в виде

$$R_z(\Omega) = H_1 \prod_v \frac{\Omega_{0v}^2 - \Omega^2}{\Omega_v^2 - \Omega^2} \quad (2.9)$$

и для нечетных n — в виде

$$R_z(\Omega) = H_1 \Omega \prod_v \frac{\Omega_{0v}^2 - \Omega^2}{\Omega_v^2 - \Omega^2}. \quad (2.10)$$

Нули и полюсы дроби Золотарева, как известно, определяются с помощью двоякопериодических функций Якоби [2, 16, 58], а именно:

$$\Omega_{0v} = sn \left(\frac{2v-1}{2n} K; k \right); \quad \Omega_v = \frac{1}{k \Omega_{0v}} \quad (2.11)$$

для нечетных n ($v=1, 2, \dots, n$);

$$\Omega_{0v} = sn \left(\frac{v}{n} K; k \right), \quad \Omega_v = \frac{1}{k \Omega_{0v}} \quad (2.12)$$

для четных n ($v=0, 1, 2, n-0,5$).

В выражениях (2.9), (2.10) K представляет собой полный эллиптический интеграл первого ряда с модулем k ; K' — то же, с модулем $k' = \sqrt{1-k^2}$; $k = \frac{f_1}{f_3}$ — крутизна среза фильтра; f_1 — граничная частота полосы пропускания; f_3 — граничная частота полосы задерживания.

Значение постоянного коэффициента H_1 определяется из условия, что при $\Omega=1$ дроби Золотарева (2.11) и (2.12) равны единице:

$$H_1 = \prod_v \frac{\Omega_{\infty v}^2 - 1}{\Omega_{0v}^2 - 1}.$$

Выражение (2.1) при подстановке вместо $\Phi(\Omega)$ дроби Золотарева принимает вид

$$a = 10 \lg [1 + \varepsilon R^2(\Omega)]. \quad (2.13)$$

Фильтры, характеристики затухания которых описываются выражением (2.13), часто именуются фильтрами Кауэра.

Характеристика затухания такого фильтра показана на рис. 2.1.

Дробь Чебышева является более общим по сравнению с дробью Золотарева выражением. При решении задачи синтеза фильтра с помощью дроби Золотарева характеристика затухания такого фильтра как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания оказывается изоэкстремальной; это означает, что все минимумы затухания в полосе задерживания оказываются равными; все максимумы затухания в полосе пропускания также равны (рис. 2.1). При использовании дроби Чебышева

изоэкстремальность в общем случае сохраняется только в полосе пропускания; в полосе задерживания благодаря произвольному расположению полюсов затухания равенство минимумов характеристики не обязательно.

Далее, в отличие от дроби Золотарева, у которой степень числителя обязательно должна быть либо равна степени знаменателя, либо отличаться от нее не более чем на единицу, у дроби Чебышева такое ограничение отсутствует. Поэтому полином Чебышева можно рассматривать как частный случай дроби Чебышева.

В отличие от дроби Золотарева, не существует аналитических выражений, позволяющих расположить оптимальным образом полюсы дроби Чебышева.

Существует графический метод с использованием шаблонов [2, 62], разработан численный метод, позволяющий получать оптимальное расположение полюсов дроби при различных требованиях к затуханию фильтра в пределах полосы задерживания [17].

Наконец, в последнее время Э. Я. Гринбергом и Л. З. Кацнельсоном получены интересные результаты по определению оптимального расположения полюсов затухания фильтра при аппроксимации его характеристик дробью Чебышева для случая, когда требуемое затухание в полосе задерживания постоянно [22, 23].

Применительно к задаче синтеза фильтров на связанных контурах, которая имеет особо важное значение для рассматриваемых в этой книге диапазонов частот, нас будут интересовать полосовые фильтры с характеристиками затухания, не обладающими геометрической симметрией относительно средней частоты полосы пропускания. Такие фильтры нельзя получить из ФНЧ путем реактансного преобразования частоты (см. § 27).

Дробь Чебышева представляет собой удобное средство для решения задачи синтеза таких фильтров, выраженная через тригонометрические функции, она имеет вид [2]

$$F_n(x) = \cos \left[(l+1) \arccos x + \sum_k l_k \arccos \frac{\alpha_k x - 1}{\alpha_k - x} \right], \quad (2.14)$$

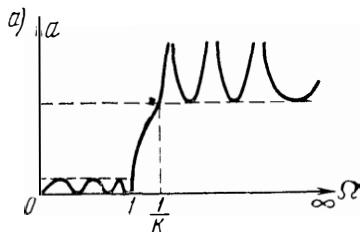


Рис 21 Характеристика затухания фильтра Золотарева (Кауэра)

где $(l+1)$ — разность высших степеней x числителя и знаменателя дроби: l_k — кратность корня; n — степень полинома числителя.

Из теории приближения функции [2, 32] известно, что дробь Чебышева наименее отклоняется от нуля в пределах $-1 \leq x \leq +1$ по сравнению с любой другой дробью, имеющей тот же знаменатель, ту же степень полинома числителя и тот же коэффициент при старшем члене полинома числителя. При этом $(n+1)$ раз (n — степень полинома числителя дроби) функция достигает своих экстремальных значений ± 1 с чередующимися знаками.

За пределами указанного интервала дробь Чебышева принимает наибольшие значения по модулю из всех дробей с полиномом степени n в числителе, имеющих тот же вещественный знаменатель, не имеющий нулей в интервале $-1 \leq x \leq +1$ и отклоняющихся в этом интервале от нуля не более чем на единицу.

За пределами интервала $-1 < x < +1$, где функция $\arcs \cos x$ не существует, применяется выражение дроби через гиперболические функции:

$$F_n(x) = \operatorname{ch} \left[(l+1) \operatorname{Arch} x + \sum_k l_k \operatorname{Ar} \operatorname{ch} \frac{\alpha_k x - 1}{\alpha_k - x} \right]. \quad (2.15)$$

При $l_k = 1$ и $l_k = n-1$ дробь Чебышева (2.14) соответственно принимает вид:

$$F = \cos \left[(n-1) \arccos x + \arccos \frac{1 - \alpha_0 x}{x - \alpha_0} \right] \quad (2.16)$$

и

$$F = \cos \left[\arccos x + (n-1) \arccos \frac{1 - \alpha_0 x}{x - \alpha_0} \right]. \quad (2.17)$$

В алгебраической форме дроби Чебышева типа (2.16), т. е. с одинаковыми знаменателями для произвольных n , удобно находить с помощью известной рекуррентной формулы, аналогичной формуле для полинома Чебышева [2]: $F_{n+1} = 2x F_n - F_{n-1}$, где F_{n-1} , F_n , F_{n+1} — дроби Чебышева, знаменатели которых одинаковы, а степень числителя каждой последующей дроби на единицу больше степени числителя предыдущей дроби. Для дробей вида (2.17) рекуррентное соотношение в имеющейся литературе не приводится.

Основой для вывода такого соотношения может служить тригонометрическое тождество

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

Обозначив в (2.17)

$$\frac{1 - \alpha_0 x}{x - \alpha_0} = y, \quad (2.18)$$

получим для дроби Чебышева

$$F_n = \cos \arccos x \cos(n-1) \arccos y - \sin \arccos x \sin(n-1) \arccos y = T_1(x) T_{n-1}(y) - U_1(x) U_{n-1}(y),$$

где $T_1(x)$; $T_{n-1}(y)$ — полиномы Чебышева первого и $(n-1)$ порядка $U_1(x)$; $U_{n-1}(y)$ — синус-функции Чебышева первого и $(n-1)$ -го порядка.

Очевидно, что выражения для дробей Чебышева $(n+1)$ и $(n-1)$ -го порядка имеют вид:

$$\begin{aligned} F_{n+1} &= T_1(x) T_n(y) - U_1(x) U_n(y); \\ F_{n-1} &= T_1(x) T_{n-2}(y) - U_1(x) U_{n-2}(y). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Для полиномов и синус-функций Чебышева справедливы рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned} T_n(y) &= 2yT_{n-1}(y) - T_{n-2}(y); \\ U_n(y) &= 2yU_{n-1}(y) - U_{n-2}(y). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Подставляя (2.20) в (2.19), получим

$$\begin{aligned} F_{n+1} &= 2y [T_1(x) T_{n-1}(y) - U_1(x) U_{n-1}(y)] - [T_1(x) T_{n-2} \times \\ &\times (y) - U_1(x) U_{n-2}(y)] = 2yF_n - F_{n-1}. \end{aligned}$$

Учитывая, кроме того (2.18), получаем рекуррентное выражение

$$F_{n+1}(x) = 2 \cdot \frac{1 - \alpha_0 x}{x - \alpha_0} F_n(x) - F_{n-1}(x) \quad (2.21)$$

или

$$F_n(x) = 2 \cdot \frac{1 - \alpha_0 x}{x - \alpha_0} F_{n-1}(x) - F_{n-2}(x).$$

Выражения для F_1 и F_2 в алгебраической форме получаются непосредственно из (2.17):

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \cos \arccos x = x \\ F_2 &= \frac{x^2 (\alpha_0 - \sqrt{\alpha_0^2 - 1}) - x + \sqrt{\alpha_0^2 - 1}}{\alpha_0 - x} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Дробь Чебышева (2.17) в алгебраической форме имеет вид

$$F_n = \frac{A_n^{(n)} x^{n+1} + A_{n-1}^{(n)} x^{n-1} + \dots + A_0^{(n)}}{(\alpha_0 - x)^{n-1}} = \frac{\sum_{k=0}^n A_k^{(n)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-1}}, \quad (2.23)$$

где $A_k^{(n)}$ — коэффициент при x^k полинома числителя дроби Чебышева n -го порядка.

Соответственно дроби F_{n-1} и F_{n-2} имеют вид

$$F_{n-1} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} A_k^{(n-1)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-2}}; \quad (2.24)$$

$$F_{n-2} = \frac{\sum_{k=0}^{n-2} A_k^{(n-2)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-3}}.$$

Подставляя (2.23) и (2.24) в (2.21), получим

$$\frac{\sum_{k=0}^n A_k^{(n)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-1}} = 2 \frac{\alpha_2 x - 1}{\alpha_0 - x} \frac{\sum_{k=0}^{n-1} A_k^{(n-1)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-2}} - \frac{\sum_{k=0}^{n-2} A_k^{(n-2)} x^k}{(\alpha_0 - x)} =$$

$$= \frac{2\alpha_0 x \sum_{k=0}^{n-1} A_k^{(n-1)} x^k - 2 \sum_{k=0}^{n-1} A_k^{(n-1)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-1}} -$$

$$\frac{\alpha_0^2 \sum_{k=0}^{n-2} A_k^{(n-2)} x^k + 2\alpha_0 x \sum_{k=0}^{n-2} A_k^{(n-2)} x^k - x^2 \sum_{k=0}^{n-2} A_k^{(n-2)} x^k}{(\alpha_0 - x)^{n-1}}, \quad (2.25)$$

Приравнявая коэффициенты при x^k в числителях правой и левой частей выражения (2.25), получим

$$A_k^{(n)} = 2\alpha_0 A_{k-1}^{(n-1)} - 2A_k^{(n-1)} - \alpha_0^2 A_k^{(n-2)} + 2\alpha_0 A_{k-1}^{(n-2)} - A_{k-2}^{(n-2)} \quad (2.26)$$

Для $k=0, 1, n-1, n$ выражение (2.26) упрощается из-за отсутствия членов полиномов с индексом, превышающим степень полинома и членов с отрицательным индексом:

$$\text{для } k = N: A_n^{(n)} = 2\alpha_0 A_{n-1}^{(n-1)} - A_{n-2}^{(n-2)};$$

$$\text{для } k = N-1: A_{n-1}^{(n)} = 2\alpha_0 A_{n-2}^{(n-1)} - 2A_{n-1}^{(n-1)} + 2\alpha_0 A_{n-2}^{(n-2)} - A_{n-3}^{(n-2)};$$

$$\text{для } k = 1: A_1^{(n)} = 2\alpha_0 A_0^{(n-1)} - 2A_1^{(n-1)} - \alpha_0^2 A_1^{(n-2)} + 2\alpha_0 A_0^{(n-2)}$$

$$\text{для } k = 0: A_0^{(n)} = -2A_0^{(n-1)} - \alpha_0^2 A_0^{(n-2)}.$$

Выражения для дробей Чебышева типа (2.17), полученные с помощью выражений (2.17), (2.22), (2.26)

и (2.27) при $n=1-8$ приведены в приложении 1 (табл. П.1), где

$$\beta = -\sqrt{\alpha_0^2 - 1}. \quad (2.28)$$

Полином Бесселя. В том случае, когда выражение вида (2.1) получается с помощью полиномов Бесселя¹⁾, имеют место монотонная характеристика затухания как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания, и одновременно гладкая (монотонная) аппроксимация группового времени задерживания. Фильтры с характеристиками затухания и фазы, получаемые с помощью полиномов Бесселя, не находят применения на практике из-за крайне медленного нарастания затухания за пределами полосы пропускания.

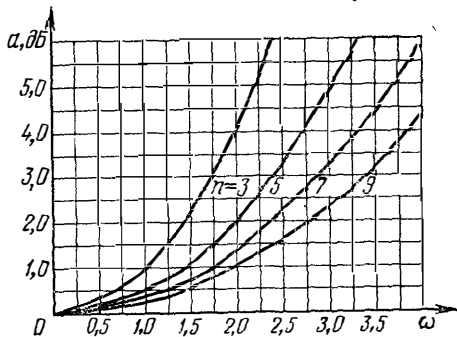


Рис. 2.2. Характеристики затухания фильтров Бесселя

В этом можно убедиться, сопоставив рис. 2.2, где показаны характеристики затухания бesselевских фильтров с различными n , с подобными характеристиками полиномиальных чебышевских и баттервортовских фильтров [62, 80].

2.3. Общая характеристика численных методов решения задачи аппроксимации

ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Преимущество численных методов аппроксимации по сравнению с аналитическими состоит в их универсальности в том смысле, что эти методы применимы к значительно более широкому кругу задач, причем используемый при оптимизации математический аппарат остается практически тем же. Однако универсальность — враг качества, и в данном случае она достигается за счет значительных затрат машинного времени.

¹⁾ В данном случае функция $\varphi(\Omega)$ не является полиномом Бесселя; между ними существует более сложная связь [1].

Машинное время, необходимое для решения аппроксимационной задачи численными методами, всегда во много раз, например на порядок, больше машинного времени, затрачиваемого на решение той же задачи аналитическим путем, и если бы аналитические решения были известны для всех встречающихся на практике задач, численные методы вообще не могли бы найти применения.

Существует, однако, целый ряд аппроксимационных задач теории электрических цепей, не решаемых аналитически:

1. Задачи, для которых вообще нет аналитических решений. К ним относится, например, аппроксимация частотных характеристик амплитудных и фазовых выравнивателей. Среди задач, возникших в более позднее время, к этой категории относятся синтез фильтров на элементах, параметры которых зависят от частоты [83], синтез фильтров на распределенных RC -структурах [14, 15].

2. Задачи, решаемые аналитически без наложения каких-либо дополнительных ограничений, обусловленных возможностями технической реализации, но не имеющие аналитического решения в тех случаях, когда такие ограничения налагаются.

Например, описанное в § 2.2 решение задачи получения монотонной характеристики затухания в полосе задерживания и волнообразной характеристики в полосе пропускания с использованием полинома Чебышева относится к тому случаю, когда ни индуктивности, ни емкости фильтра не обладают диссипативными потерями.

Воспользовавшись методом предсказаний [2, 58, 80], это решение можно распространить на случай, когда элементы фильтра обладают потерями, но добротности всех индуктивностей и емкостей равны.

Как известно, идея метода предсказаний сводится к перемещению полюсов функции коэффициента передачи вправо по комплексной p -плоскости в сторону вещественной оси на величину, обратную добротности реактивных элементов фильтра (рис. 2.3). Если добротность мала, то полюсы при передвижении вправо могут оказаться в правой комплексной p -полуплоскости и тем самым будут нарушены условия физической осуществимости.

Рассматривая расположение полюсов коэффициента передачи полиномиального чебышевского фильтра ([58], табл. 4), можно сделать вывод, что чем большее количество схемных элементов содержит фильтр, тем большей добротностью должны обладать его элементы. Если же по условиям задачи требуется реализовать фильтр на элементах, обладающих добротностью, недостаточной для реализации полиномиальной чебышевской характеристики по методу предвыскажений, необходимо применять численные методы аппроксимации, которые обладают большими, хотя и не беспредельными возможностями.

Другими примерами могут послужить требования равенства номинальных значений всех емкостей или всех индуктивностей фильтра; ограничение величин номиналов схемных элементов некоторыми максимально и минимально допустимыми значениями и т. д.

Ограничение допустимых номинальных значений имеет особое значение для техники сверхвысоких частот, где в качестве схемных элементов используются отрезки линий передачи, волновое сопротивление которых по соображениям, вытекающим из электрических и конструктивных требований, должно лежать в пределах примерно от 15 до 150 Ом.

В настоящее время очень многие теоретические и практические вопросы использования методов оптимизации для решения задач теории электрических цепей все еще ждут своего решения, а применение этих методов в инженерной практике находится в начальной стадии.

Тем не менее имеется уже некоторый опыт использования методов оптимизации как в области синтеза электрических цепей, так и в ряде смежных областей. Основываясь на этом опыте, можно отметить следующие особенности численных методов решения аппроксимационных задач теории электрических цепей:

1. Для решения любой задачи методами оптимизации необходимо задание некоторых начальных условий. От того, насколько удачно выбраны эти условия, зави-

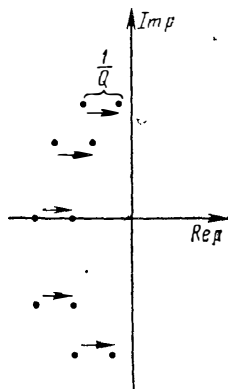


Рис. 2.3. Смещение полюсов функции коэффициента передачи при использовании метода предвыскажений

сит машинное время, необходимое для решения данной задачи. Ввиду этого особую ценность приобретают методы приближенного решения тех или иных задач, дающие первое приближение, подвергаемое затем оптимизации.

2. Применение методов оптимизации в большинстве случаев, как правило, приводит к нахождению так называемого локального экстремума оптимизируемой величины. Не существует никакой гарантии того, что найденное решение окажется самым лучшим.

Поэтому решение аппроксимационной задачи численными методами содержит элемент случайности.

3. При численном решении той или иной задачи наша цель всегда состоит в нахождении оптимального набора некоторой совокупности параметров, каждый из которых определяется с той или иной степенью точности. Возрастание числа изменяемых параметров приводит к очень быстрому возрастанию необходимых затрат машинного времени. Это легко видеть из следующего простейшего примера. Если нужно выбрать наилучшее из десяти возможных значений одного изменяемого параметра, достаточно просчитать десять характеристик устройства, характеризуемого этим параметром, и выбрать из них ту, которая наиболее подходит для данной задачи по тому или иному критерию. При наличии двух параметров, каждый из которых может принимать десять значений, необходим расчет ста характеристик; при наличии трех параметров — тысячи и так далее. Поэтому методы оптимизации практически применимы только при ограниченном числе оптимизируемых параметров.

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

При решении задачи оптимизации необходимо получить минимум или максимум функции $P(X)$, именуемой функцией качества или целевой функцией многомерного вектора

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_l \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

где x_1, x_2, x_l, x_n — оптимизируемые параметры системы. На каждый из параметров x_i может накладываться

ограничение по нижнему и (или) верхнему предельному значению вида:

$$x_{ni} \leq x_i \leq x_{vi}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.30)$$

В принципе, возможны и более сложные ограничения (в неявном виде) типа:

$$\varphi_j(\mathbf{X}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, h, \quad (2.31)$$

где φ_j — некоторая функция многомерного вектора (2.29); h — количество ограничительных условий вида (2.31).

Для задач, относящихся к синтезу электрических цепей, ограничения вида (2.30) касаются параметров цепей, а ограничения вида (2.31) — их характеристик. Наличие ограничений особенно характерно для синтеза цепей достаточно высоких и сверхвысоких частот, где диапазон допустимых значений параметров чаще всего узок, а влияние паразитных эффектов велико.

Вектор \mathbf{X} , удовлетворяющий всем наложенным на него ограничениям, будет соответствовать физически осуществимой системе. Множество точек многомерного пространства, соответствующих физически осуществимым значениям вектора \mathbf{X} , образует некоторую область \mathcal{W} . Предполагается, что функцию $P(\mathbf{X})$ можно вычислить для любого $\mathbf{X} \in \mathcal{W}$.

На рис. 2.4а показано двухмерное пространство с координатами (параметрами) x_1, x_2 , физически допустимые значения которых лежат в пределах: $x_{n1} \leq x_1 \leq x_{v1}$; $x_{n2} \leq x_2 \leq x_{v2}$.

Эти предельно допустимые значения ограничивают область физической осуществимости \mathcal{W} некоторой системы. Установив в пределах области \mathcal{W} значения целевой функции $P(\mathbf{X}) = P(x_1, x_2)$, можно построить некоторую поверхность, характеризующую кривыми, которые имеют то же значение, что и горизонталы на географических картах.

На указанной поверхности, как видно из рис. 2.4а, находятся овраг 1, седловина 2, впадина с локальным минимумом 3 и глобальный минимум 4. При переходе к большему числу параметров пространство, естественно, станет многомерным, вместо поверхности $P(\mathbf{X})$ и области \mathcal{W} придется говорить о гиперповерхности и гиперобласти, однако и в этом случае будут иметься локальные и глобальные минимумы. Под минимумом при

этом будет пониматься точка X_m многомерного пространства, для которой $P(X_m) < P(X_i)$, где X_i — любая точка многомерного пространства вблизи X_m , удовлетворяющая наложенным на вектор X физическим ограни-

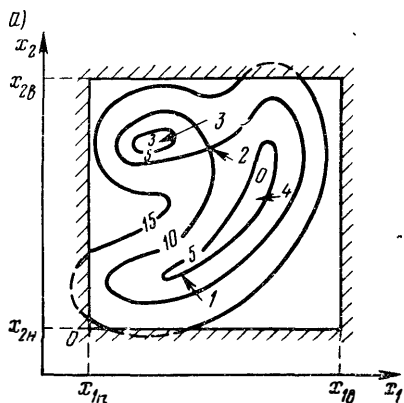
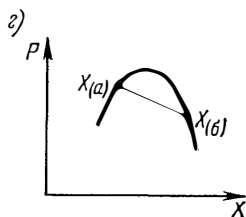
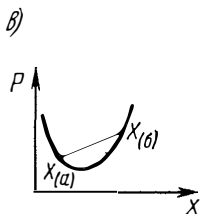
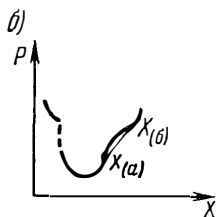


Рис. 2.4 Пояснение терминов теории многопараметрической оптимизации.

а) поверхность функции качества, определяемой двумя параметрами; б) унимодальная функция одной переменной, в) выпуклая функция одной переменной, г) вогнутая функция одной переменной



чениям. Следует заметить, что поскольку достижение минимума некоторой функцией эквивалентно достижению максимума той же функцией, но взятой с обратным знаком, все рассуждения, относящиеся к отысканию минимума, в полной мере относятся к отысканию экстремума вообще.

При рассмотрении целевых функций употребляются термины: унимодальная, выпуклая и вогнутая. Под унимодальной функцией понимается функция, имеющая единственный оптимум в области физической осуществимости. При этом унимодальная функция и ее производные не обязательно должны быть непрерывны в этой области. Пример унимодальной функции одной переменной дан на рис. 2.4б. Функция, представленная на

рис. 2.4а и обладающая в области физической осуществимости двумя минимумами, называется бимодальной. Выпуклой в пределах данной области функцией именуется такая, для которой ни одна из точек прямой, проведенной между двумя любыми точками $P(\mathbf{X})$, не будет лежать под поверхностью $P(\mathbf{X})$. Наоборот, вогнутой в пределах данной области функцией будет функция, которая при изменении знака станет выпуклой. Примеры выпуклой и вогнутой функций даны на рис. 2.4в, г.

Отметим, что унимодальность является не таким строго ограничивающим условием, как выпуклость. Условия унимодальности требуют лишь того, чтобы между двумя любыми точками $P(\mathbf{X}_1)$ и $P(\mathbf{X}_2)$ существовал строго падающий путь на поверхности $P(\mathbf{X})$. Соотношение между унимодальностью и выпуклостью видно из сопоставления рис. 2.4б и 2.4в.

Первые три члена многомерного ряда Тейлора даются выражением

$$P(\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}) = P(\mathbf{X}) + \nabla P^T \Delta \mathbf{X} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{X}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{X} + \dots, \quad (2.32)$$

где

$$\Delta \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix}$$

представляет собой матрицу-столбец приращений параметров;

$$\nabla P = \begin{pmatrix} \frac{dP}{dx_1} \\ \frac{dP}{dx_2} \\ \vdots \\ \frac{dP}{dx_n} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

является градиентом, вектором, составляющие которого представляют собой частные производные и, наконец,

$$H = \begin{vmatrix} \frac{d^2P}{dx_1^2} & \frac{d^2P}{dx_1 dx_2} & \dots & \frac{d^2P}{dx_1 dx_n} \\ \frac{d^2P}{dx_2 dx_1} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{d^2P}{dx_n dx_1} & \dots & \dots & \frac{d^2P}{dx_n^2} \end{vmatrix} \quad (2.34)$$

есть матрица вторых частных производных.

При условии, что функция обладает первыми двумя производными, в точке ее минимума вектор градиента будет равен нулю, а матрица (2.34) будет положительной определенной.

КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ

При решении задач теории электрических цепей методами оптимизации, как и при решении их аналитическими методами, чаще всего используется чебышевский (минимаксный) критерий, который можно сформулировать в виде

$$P(\mathbf{X}, \xi) = \max_{\xi} |v(\xi) \{ F(\mathbf{X}, \xi) - S(\xi) \}|, \quad (2.35)$$

где $F(\mathbf{X}, \xi)$ — аппроксимирующая функция, зависящая от выбранного многомерного вектора \mathbf{X} ; ξ — независимая переменная (частота или время); $S(\xi)$ — аппроксимируемая функция; v — весовой множитель.

Несколько реже применяется критерий наименьших квадратов, который формулируется в виде

$$P(\mathbf{X}, \xi) = \sum_{\xi} \{v(\xi) \{ F(\mathbf{X}, \xi) - S(\xi) \}\}^2. \quad (2.36)$$

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

Во всех численных методах используются не непрерывные функции, а дискретные числа. Значения функций при этом даются для некоторого множества точек выборки. В литературных источниках [26, 33] не приводятся какие-либо точные соотношения, с помощью которых можно было бы определить количество выборок, необходимое для решения той или иной задачи. Обычно используются качественные соображения типа того, что для быстро изменяющейся функции необходимо боль-

шее число выборок, чем для функции, изменяющейся медленно, и что увеличение числа выборок увеличивает необходимое машинное время и потому не следует брать их чрезмерно много.

На практике используется число выборок, определяемое десятками или, в крайнем случае, сотнями.

Как следствие отказа от непрерывных функций, дифференциалы и интегралы заменяются конечными суммами и разностями; принимается, что

$$\frac{d\psi(X, \xi)}{d\xi} \approx \frac{\psi(X, \xi + \Delta\xi) - \psi(X, \xi)}{\Delta\xi} \quad (2.37)$$

и

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} \psi(X, \xi) d\xi \approx \sum_{\xi_i=\xi_1}^{\xi_2} \psi(X, \xi_i),$$

при этом приращение независимой переменной обычно берется в пределах $(0.0001-0,01) \xi_{\max}$.

2.4. Методы оптимизации

МЕТОДЫ ПРЯМОГО ПОИСКА

В настоящее время предложено много различных методов оптимизации; здесь кратко рассматриваются лишь наиболее известные из них. Эти методы можно разбить на группы: методы прямого поиска, градиентные методы, чебышевские методы, методы линейного программирования.

Если для каждой из групп методов можно наметить круг задач, для которых эта группа наиболее предпочтительна, то выбор того или иного метода в пределах данной группы методов сделать значительно труднее. Например, трудно сказать заранее, какой из градиентных методов окажется наиболее подходящим для решения той или иной конкретной задачи.

Методами прямого поиска минимума целевой функции в многомерном пространстве называют методы, не связанные непосредственно с оценкой или вычислением величин частных производных. Они основываются на последовательности проб, для каждой из которой полученное значение функции качества сравнивается с лучшим из ранее полученных значений, причем направление каждого последующего шага выбирается с учетом предыдущего опыта.

Наиболее известным из этих методов является шаблонный поиск, предложенный Хуком и Дживсом [37]. Существо метода применительно к случаю двух независимых параметров показано на рис. 2.5а. В исходной

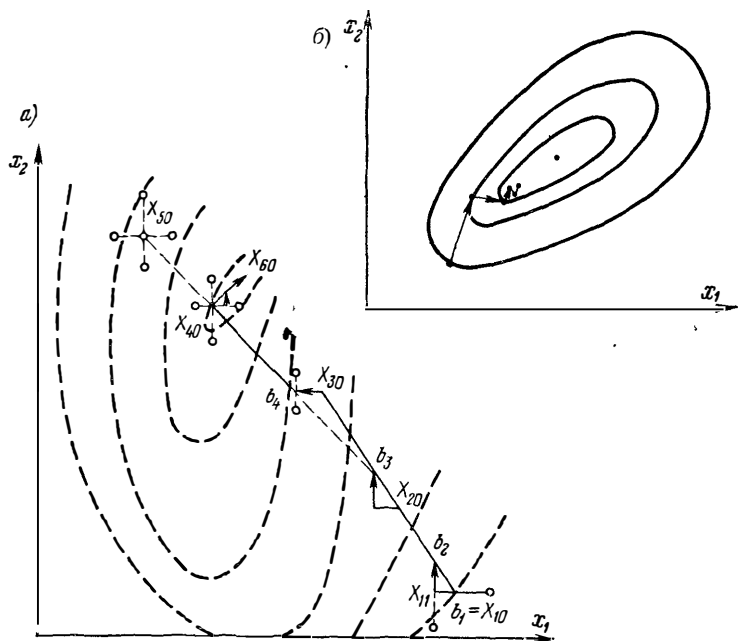


Рис. 2.5. Передвижение точки по поверхности функции качества: а) при использовании метода Хука—Дживса, б) при использовании метода наискорейшего спуска

точке X_{10} (она же первая базовая точка b_1) одной из переменных, например x_1 , даются равные по величине и противоположные по знаку приращения. Если значение функции качества в точке X_{11} окажется меньшим (лучшим), чем в X_{10} , даются приращения другому параметру (x_2).

Если результат в точке b_2 оказался еще лучшим, чем в точке X_{11} , точка b_2 принимается за вторую базовую точку и уже без всяких дальнейших проб делается удвоенный шаг в направлении $b_1 - b_2$, в результате чего система приходит в точку X_{20} .

Если оказалось, что значение функции качества в точке X_{20} оказалось более выгодным, чем в точке b_2 ,

снова даются пробные приращения того и другого знака переменным x_1 и x_2 , в результате чего приходим в точку b_3 . Из точки b_3 снова без каких-либо проб делается удвоенный шаг в направлении b_2-b_3 , в результате которого система оказывается в точке X_{30} . Сделанные в этой точке пробные приращения двух параметров x_1 и x_2 приводят систему в точку b_4 , после чего делается удвоенный шаг в направлении b_3-b_4 и мы попадаем в точку X_{40} .

Если приращения параметров x_1 и x_2 в этой точке не приводят к улучшению функции качества, делается новый удвоенный шаг в том же направлении, в результате чего мы попадаем в точку X_{50} . Если ни в точке X_{50} , ни в ее окрестностях значение функции качества не уменьшается по сравнению с точкой X_{40} , система возвращается в точку X_{40} , в которой снова производятся пробы, но уже с приращением переменных, вдвое меньшими тех, которые давались ранее. Если при этом получается положительный результат, система движется по «оврагу» в направлении минимума. Поиск заканчивается, когда в результате нескольких делений величина пробного шага достигает установленного минимального значения.

Хотя метод Хука—Дживса менее популярен, чем метод Флетчера—Пауэлла, в некоторых ситуациях он может улучшить результат, полученный по второму методу [34].

ГРАДИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ

Метод наискорейшего спуска. Простейшим градиентным методом является метод наискорейшего спуска. Если ограничиться двумя первыми членами многогранного ряда Тейлора (2.32), то приращение первого порядка функции качества выразится в виде

$$\Delta P = \nabla P^T \Delta X.$$

Легко показать, что изменение функции качества P будет происходить наиболее быстро в градиентном направлении. Направление наискорейшего спуска, таким образом, определится выражением

$$s = - \frac{\nabla P}{\|\nabla P\|},$$

где единичный вектор s представляет собой нормированный градиент, взятый с обратным знаком. Значение

многомерного вектора \mathbf{X} при каждой последующей итерации определится из значения того же вектора при предыдущей итерации с помощью выражения: $\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \delta_i \mathbf{s}_i$, где δ — положительный скалярный коэффициент, определяющий величину шага в многомерном пространстве.

Передвижение точки по поверхности функции качества при двух изменяемых параметрах показано на рис. 2.5б.

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД НЬЮТОНА — РАФСОНА

Вблизи той точки многомерного пространства, где функция качества $P(\mathbf{X})$ имеет минимум, можно записать: $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}$, где знак Δ над $\hat{\mathbf{X}}$ указывает на то, что в данной точке многомерного пространства функция качества $P(\hat{\mathbf{X}})$ имеет минимум.

Дифференцируя (2.32), учитывая, что $\nabla P(\hat{\mathbf{X}}) = 0$, и пренебрегая членами высших порядков, получим для точки $\hat{\mathbf{X}}$:

$$0 \approx \nabla P + \mathbf{H} \Delta \mathbf{X},$$

откуда

$$\Delta \mathbf{X} \approx -\mathbf{H}^{-1} \nabla P, \quad (2.38)$$

где \mathbf{H}^{-1} представляет собой обратную матрицу вторых частных производных. В случае квадратичных функций выражение (2.38) дает приращения параметров, достаточные для достижения минимума за один шаг. Если функция P не квадратична, последующее значение многомерного вектора \mathbf{X} определяется из предыдущего с использованием выражения (2.38):

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i - \mathbf{H}^{-1} \nabla P_i. \quad (2.39)$$

К недостаткам метода Ньютона—Рафсона относится то, что матрица \mathbf{H} обязательно должна быть положительно определенной с тем, чтобы функция P была выпуклой; в противном случае процесс может оказаться расходящимся. Чтобы избежать этого, выражение (2.39) иногда приводят к виду

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i - \delta_i \mathbf{H}^{-1} \nabla P_i, \quad (2.40)$$

где δ_i — выбирается таким образом, чтобы P_{i+1} оказалось меньшим, чем P_i , при движении в направлении,

определяемом выражением $-\mathbf{H}^{-1}\nabla P_i$; однако и эта мера не всегда дает желаемый результат. Таким образом, метод Ньютона—Рафса при неудачных начальных значениях параметров может вообще не давать положительного результата. Кроме того, определение матрицы \mathbf{H} и обратной ей матрицы требует много машинного времени.

МЕТОД ФЛЕТЧЕРА — ПАУЭЛЛА

Этот метод — один из самых популярных. Последующее значение многомерного вектора \mathbf{X}_{i+1} определяется из предыдущих \mathbf{X} с помощью выражения

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i - \delta_i \mathbf{H}_i \nabla P_i, \quad (2.41)$$

где \mathbf{H}_i — i -е значение обратной матрицы вторых частных производных.

Первоначальное значение матрицы всегда является единичной матрицей. Из этого вытекает то, что первый шаг всегда делается в градиентном направлении, как и при методе наискорейшего спуска. Величины δ_i выбираются таким образом, чтобы минимизировать P_{i+1} . Матрица \mathbf{H} в процессе минимизации непрерывно изменяется таким образом, что

$$\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_i = \mathbf{H}_{i+1} [\nabla P_{i+1} - \nabla P_i]. \quad (2.42)$$

Очередное значение матрицы \mathbf{H} определяется с помощью выражений:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_{i+1} &= \mathbf{H}_i + \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i; \\ \mathbf{A}_i &= \frac{\Delta X_i \Delta X_i^T}{\Delta X_i^T G_i}; \\ \mathbf{B}_i &= \frac{-\mathbf{H}_i G_i G_i^T \mathbf{H}_i}{G_i^T \mathbf{H}_i G_i}; \\ \Delta X_i &= -\delta_i \mathbf{H}_i \nabla P_i; \\ G_i &= \nabla P_{i+1} - \nabla P_i. \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Как видно из приведенных соотношений, при методе Флетчера—Пауэлла, знание P и ∇P от предыдущей итерации используется для улучшения текущей итерации.

Методом индукции Флетчер и Пауэлл показали, что если \mathbf{H}_i — положительная определенная матрица, то

\mathbf{H}_{i+1} — тоже положительная определенная, поскольку \mathbf{H}_0 была выбрана положительной определенной.

Далее, если минимизирующая функция квадратична, то \mathbf{H}_n представляет собой обратную матрицу вторых частных производных и $\nabla P_n = 0$. При этом метод сходится при точно $n + 1$ итерациях.

Если \mathbf{H}_0 выбрана как единичная матрица, то первый шаг в точности совпадает с методом наискорейшего спуска.

Если до минимума функции P далеко, то сходимость будет быстрой, при приближении к минимуму функция ведет себя как квадратичная; в этом случае метод Флетчера—Пауэлла сходится за конечное число итераций. Вследствие этого метод Флетчера—Пауэлла объединяет в себе лучшие свойства методов линейной и квадратичной итерации.

ЧЕБЫШЕВСКИЕ МЕТОДЫ

Алгоритм Ремеза. Метод Ремеза, гочнес, второй алгоритм Ремеза, служит для получения полинома, минимально отклоняющегося в смысле Чебышева от заданной функции, и является одним из быстрейших и наиболее эффективных оптимизационных методов для чебышевских критериев ошибки.

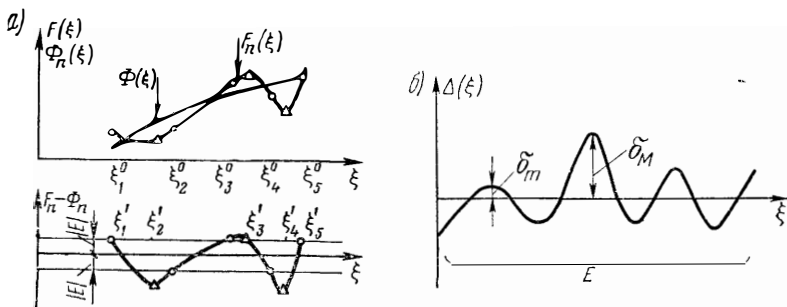


Рис. 2.6. Пояснения к алгоритму Ремеза:

а) аппроксимируемая функция и исходный аппроксимирующий полином; б) оценка качества приближения по минимальному и максимальному отклонению

Идея метода иллюстрируется рис. 2.6а. Исходным приближением служит полином степени n , отклоняющийся от заданной (аппроксимируемой) функции таким образом, что имеются $n + 2$ максимальных, чередую-

щихся по знаку отклонения. Затем проводится процедура выравнивания максимумов, к которой, собственно, и сводится второй алгоритм Ремеза. Процесс выравнивания максимумов продолжается до тех пор, пока разность максимального и минимального отклонений от заданной функции ($\delta_{\text{макс}}$ и $\delta_{\text{мин}}$ на рис. 2.6б) не окажется меньше некоторой наперед заданной величины. Более подробное описание алгоритма, включающее пример расчета, содержится в [26].

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Методы линейного программирования могут применяться в тех случаях, когда функция качества $P(\xi, X)$ является линейной функцией параметров цепи, а ограничения на эти параметры формулируются в виде линейных неравенств. Таким образом, методы, основанные на линейном программировании, не обладают большой универсальностью, хотя и известен целый ряд задач, сводимых к линейному программированию. Поскольку имеется значительное количество литературы, посвященной как самому линейному программированию, так и в меньшей степени его применению к решению задач синтеза электрических цепей [26], не имеет смысла излагать эти вопросы в данном кратком обзоре.

2.5. Аппроксимация характеристик затухания фильтра при ограничениях на расположение полюсов коэффициента передачи

Известно, что такие характеристики электрических фильтров, как временная и температурная стабильность, влияние диссипативных потерь и отклонений величин элементов от номинальных значений и т. д., связаны со свойствами функции $H(p)$, аппроксимирующей коэффициент передачи в зависимости от частоты. При этом особое значение имеет расположение полюсов этой функции относительно мнимой оси плоскости p [2, 62, 80]. По мере приближения полюсов к мнимой оси эти характеристики ухудшаются.

Применение классических методов аппроксимации Чебышева и Баттерворта не дает возможности ограничить расположение полюсов функции $H(p)$ некоторым заранее заданным сектором. Поэтому большой практи-

ческий интерес представляет использование таких методов аппроксимации, которые позволили бы ценой увеличения степени аппроксимирующей функции локализовать полюсы $H(p)$ в оговоренной области плоскости p . Рассмотрим решение этой задачи для случая аппроксимации заданной зависимости затухания полиномом. В рассматриваемом случае полиномиальной аппроксимации квадрат модуля коэффициента передачи фильтра-прототипа выражается в виде

$$\frac{|H(p)|^2}{C} = \frac{1}{1 + \varepsilon P_{2n}(\Omega^2)} = \frac{1}{V_{2n}(\Omega^2)}, \quad (2.45)$$

где C — постоянный коэффициент; $P_{2n}(\Omega^2)$ — полином, представляющий собой квадрат модуля функции фильтрации; Ω — нормированная частота; $\varepsilon = 10^{0,1\Delta\alpha} - 1$; $\Delta\alpha$ — неравномерность передачи в полосе пропускания, дБ.

Задача состоит в получении такого полинома $P_{2n}(\Omega^2)$, чтобы выражение (2.45), не выходя в интервале

$0 \leq \Omega \leq 1$ за пределы $1, \frac{1}{1 + \varepsilon}$, вне

этого интервала принимало минимально возможные значения среди всех функций, представляющих собой единицу, деленную на полином вида $1 + \varepsilon\psi(\Omega^2)$ той же степени, корни которого заключены в пределах заранее оговоренного сектора плоскости p (рис. 2.7).

Определим, прежде всего, влияние на расположение полюсов $H(p)$ коэффициента ε . Пусть

$$P_{2n} = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n, \quad (2.46)$$

где $x = \Omega^2$, и соответственно

$$V_{2n} = a_0 \varepsilon x^n + a_1 \varepsilon x^{n-1} + \dots + a_n \varepsilon + 1. \quad (2.47)$$

Известно [25], что корни полинома $V_{2n}(x)$ лежат в пределах круга с центром в начале координат и радиусом $N = 1 + A/a_0\varepsilon$, где A — наибольшее из чисел $a_1\varepsilon, a_2\varepsilon, \dots, a_n\varepsilon + 1$. По условиям рассматриваемой технической задачи $\varepsilon < 1$ или даже $\varepsilon \ll 1$, поэтому по мере уменьшения ε радиус круга, в пределах которого располагаются

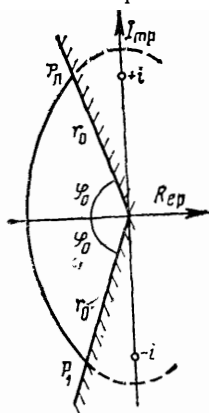


Рис. 2.7. Расположение полюсов коэффициента передачи фильтра на комплексной плоскости

корни полинома (2.47), увеличивается. В случае, если $a_0, a_1, a_2 \dots a_n \ll 1/\epsilon$, $N \approx \frac{A}{a_0 \epsilon}$. Отсюда вытекает, что при этих условиях радиус круга, ограничивающего область расположения полюсов, будет обратно пропорционален ϵ .

Выберем теперь форму контура в комплексной плоскости p , на котором должны располагаться полюсы функции $H(p)$. Воспользуемся методом потенциальной аналогии.

Как известно [10], этот метод основан на рассмотрении потенциалов, обусловленных зарядами в плоском электростатическом поле. Заряды, равные по величине, располагаются в тех же точках комплексной плоскости, где находятся соответствующие полюсы $H(p)$. Тогда затухание электрической цепи $\alpha = -10 \lg |H(p)|$ на данной частоте при соответствующем выборе величин зарядов будет равно потенциалу в данной точке электрического поля. Поскольку затухание в полосе пропускания приблизительно постоянно, отрезок мнимой оси плоскости p при $-i \leq p \leq i$ (рис. 2.7) можно считать в первом приближении эквипотенциальным.

При использовании метода потенциальной аналогии точечные заряды, расположенные по некоторому контуру, часто заменяют зарядами, распределенными по тому же контуру. Из теории электростатического поля известно, что эквипотенциальный прямолинейный отрезок на плоском поле между точками $-i, i$ образуется зарядами, равномерно расположенными на контуре, имеющем форму эллипса, фокусы которого совпадают с концами указанного отрезка. Однако, поскольку полюсы $H(p)$ физической реализуемой цепи не могут находиться в правой p -полуплоскости, заряды, расположенные правее мнимой оси, необходимо перенести в точки, расположенные симметрично относительно этой оси. Такое преобразование является инвариантным для характеристики затухания при чисто мнимом p .

Таким образом, полюсы функции $H(p)$ при аппроксимации характеристики затухания полиномом целесообразно искать на отрезке эллипса, фокусы которого расположены в точках $+i, -i$, заключенном между прямыми, исходящими из начала координат под углами относительно вещественной полуоси плоскости p . Ближайшие к мнимой оси полюсы p_1, p_n (рис. 2.7) должны быть расположены на соответствующих прямых, исхо-

дующих из начала координат тем дальше от него, чем меньше требуемая величина ε . Этот вывод подтверждается тем, что потенциал на рассматриваемом отрезке мнимой оси будет с тем большей точностью постоянен, чем дальше от отрезка расположены создающие этот потенциал точечные заряды.

Задача, таким образом, состоит в определении полюсов функции

$$H(p) = \frac{C}{(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)}, \quad (2.48)$$

причем p_1 и p_n являются заранее заданными, а p_2, p_3, \dots, p_{n-1} расположены на отрезке эллипса, крайними точками которого являются p_1 и p_n . Будем искать такие p_2, p_3, \dots, p_{n-1} , чтобы модуль $H(p)$ при изменении p от $-i$ до i в наименьшей степени отклонялся от постоянной величины C среди всех других функций, выражаемых в виде некоторой постоянной, деленной на полином степени n , расположение корней которого удовлетворяет указанным условиям.

Решение этой задачи возможно на основе использования одной из процедур оптимизации, описанных в §§ 2.3, 2.4. Функция качества в данном случае выразится в виде

$$P = \sup \left(\frac{|H(p)|_{\max}}{|H(p)|_{\min}} \right)_{(-1 < \frac{p}{i} < 1)}. \quad (2.49)$$

Организация поиска глобального экстремума многоэкстремальных функций возможна путем рационального сочетания регулярного движения по градиенту со скачками в некоторые моменты времени в новое положение. По истечении достаточно большого промежутка времени точка многомерного пространства параметров, соответствующая глобальному экстремуму, будет обнаружена; весь вопрос сводится к тому, насколько велик должен быть этот промежуток времени. Ограничение сектора, в пределах которого могут располагаться полюсы коэффициента передачи, ведет к определенным ограничениям характера функции передачи. Нетрудно убедиться в том, что при сужении допустимого сектора до $\pm\pi/4$ относительно вещественной отрицательной полуоси и далее функция второго порядка

$$H_2(p) = \frac{1}{|b_2 p^2 + b_1 p + 1|}$$

при чисто мнимом p , т. е. при вещественных частотах, становится монотонной. Так как функцию $H(p)$ любой степени можно представить в виде произведения сомножителей первого и второго порядков, то при ограничении допустимой области расположения полюсов функции коэффициента передачи $H(p)$ сектором $\pm\pi/4$ полиномиальная аппроксимация может быть только монотонной. В случае сектора, несколько большего $\pm\pi/4$, число колебаний функции $H(p)$ при $0 < \frac{p}{i} < 1$ будет в общем случае меньшим, чем для чебышевской полиномиальной функции соответствующей степени.

Рассмотрим структурную схему программы отыскания корней аппроксимирующего полинома с ограничением расположения полюсов комплексного коэффициента передачи, изображенную на рис. 2.8. Поскольку, в силу физической осуществимости, комплексные корни искомого полинома могут быть только сопряженными и поскольку они расположены по условию на эллипсе, полиному n степени соответствуют $n/2 + 1/4[(-1)^n - 1]$ степени свободы. Одна из них при этом используется для того, чтобы задать расположение пары корней, наиболее близкой к оси вещественных частот (рис. 2.7). Поэтому вводимая информация (блок 1 на рис. 2.8) содержит данные о расстоянии от одного из корней заданной пары до начала координат и величине угла φ_0 между вещественной отрицательной полуосью и радиусом-вектором r_0 , а также степени полинома n .

Эта информация выводится на печать (блок 2). Далее находятся декартовы координаты заданной пары корней σ_1 и ω_1 , а также большая и малая полуоси эллипса с фо-

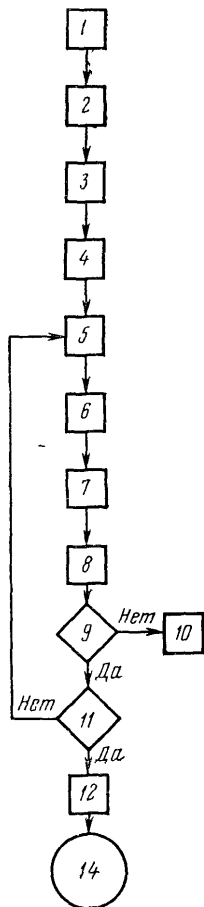
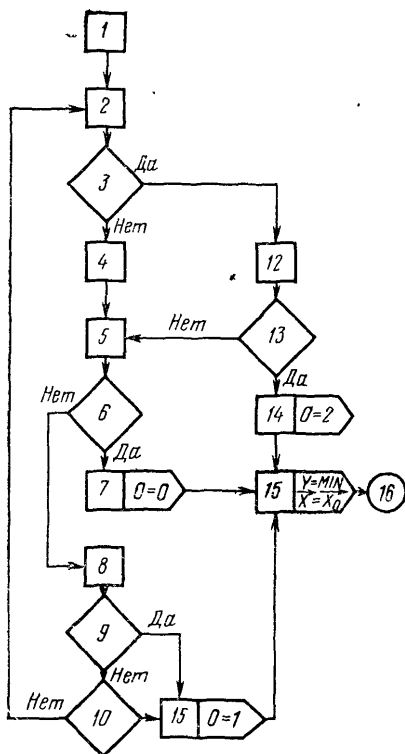


Рис. 2.8. Структурная схема программы вычисления корней аппроксимирующего полинома



кусам, расположенными в точках $\pm i$, проходящего через заданные точки $\sigma_i + \omega_i$ (блок 3). Координаты σ_i остальных корней полинома находятся с помощью датчика случайных чисел (блок 5), причем предварительно происходит его восстановление (блок 4).

Далее используется подпрограмма оптимизации значений градиентным методом (на рис. 2.8 — блок 6, ее схема дана на рис. 2.9). Величина шага в градиентном направлении в соответствии с рекомендациями [20] принимается равной

Рис. 2.9. Структурная схема процедуры нахождения минимума функции

$$h_c = -T \frac{F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)}{|\text{grad } P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)|^2} \text{grad } P(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n),$$

где T — достаточно малое положительное число, имеющее «подходящим параметром»,

$$\text{grad } P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots)^2 = \sum \left(\frac{dP}{d\sigma_i} \right)^2.$$

В результате однократного применения подпрограммы оптимизации находятся значения координат σ_i , соответствующих точке локального минимума функции качества (блок 7), и эти координаты, так же как и найденное при этом значение функции качества, выводятся на печать (блок 8).

Такая подпрограмма используется m раз каждый раз с новым случайным набором исходных значений σ_i . Из всех минимальных значений P выбирается наименьшее (блок 9), которое и принимается за глобальный мини-

мум (блок 10). После того как будет проделано заданное число циклов оптимизации случайно задаваемых для каждого цикла совокупностей параметров, что контролируется блоком 11, искомая информация выводится на печать (блок 12), программа заканчивается (блок 14).

Содержание первых десяти блоков процедуры нахождения минимума функции по градиентному методу (рис. 2.9) следующее: 1 — установление первоначальных значений минимума, значения параметра T и счетчика числа делений параметра T (СЧ); 2 — нахождение значения функции качества при текущем наборе значений параметров; 3 — проверка условия: больше ли найденное значение функции качества минимального из ранее просчитанных; 4 — присвоение минимума текущего значения функции качества, а набору аргументов σ_i — соответствующего этому минимуму значений; 5 — нахождение значений частных производных и суммы их квадратов s (нахождение градиента); 6 — проверка условия: $s < \varepsilon$ (ε — заданная точность нахождения минимума); 7 — присвоение контрольному параметру нулевого значения, что означает признак выхода по достижению локального минимума с заданной точностью; 8 — нахождение текущих значений σ_i ; 9 — проверка условия: превышают ли значения параметров σ_i верхние граничные значения?; 10 — проверка условия: превышают ли значения параметров σ_i нижние граничные значения?

После того как будет проделано заданное число циклов оптимизации случайно задаваемых для каждого цикла совокупностей параметров, что контролируется блоком 11, искомая информация выводится на печать (блок 12) и программа заканчивается (блок 14).

Выход из подпрограммы, помимо нахождения минимума, может быть также обусловлен выходом значений σ_i в процессе градиентного поиска за границы, в качестве которых в условиях данной задачи приняты величина малой оси эллипса и абсцисса заданной пары корней полинома. Этот выход осуществляется через блок 11 — присвоения контрольному параметру значения 1, что означает признак выхода по достижению границ.

В процессе градиентного поиска возможно попадание точки многомерного пространства в узкий «овраг», вследствие чего при принятом конечном приращении не удастся достигнуть точки минимума. Такое положение для случая одной переменной показано на рис. 2.10.

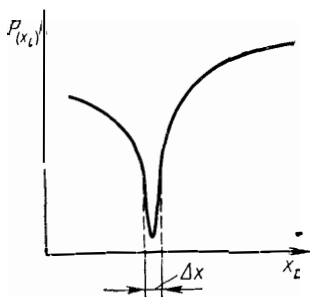


Рис. 2.10. Узкий овраг функции качества (для случая одного параметра)

Как видно из графика, приращение $\Delta\sigma_i$, даваемое переменному параметру σ_i , после определения частных производных и градиента для перехода в следующую точку может оказаться слишком большим; в этом случае оно уменьшается в K раз (блок 12, рис. 2.9). Число таких делений не может быть больше некоторого предельно допустимого значения, если заданное число делений использовано, делается выход из подпрограммы (блоки

13, 14, рис. 2.9); при этом контролируемому параметру θ присваивается значение 2. При выходе из подпрограммы по тому или иному признаку искомой функции качества присваивается минимальное из найденных значений, а набору аргументов σ_i — соответствующих этому минимуму значений (блок 15), и процедура заканчивается (блок 16).

Для иллюстрации возможностей, открывающихся при использовании описанного способа аппроксимации, были определены корни полиномов от четвертой до десятой степени включительно. Для пары корней каждого из полиномов, соответствующей наибольшим значениям добротности, были выбраны координаты:

$$p_1 = -0,17872000 \pm i 1,034678.$$

Найденные значения корней приведены в табл. 2.1, характеристики затухания даны на рис. 2.11. Полиномы с $n=5, 6, 7, 8, 9$ обеспечивают примерно одинаковую неравномерность в полосе пропускания (порядка 1 дБ); полином десятого порядка — около 1,2 дБ; полином четвертого порядка — 0,6 дБ. Число «волн» в полосе пропускания уменьшилось по сравнению с полиномом Чебышева. Характеристики затухания в полосе задерживания можно сопоставить с характеристиками, получаемыми с помощью полиномов Чебышева для тех же неравномерностей в полосе пропускания, которые показаны на рис. 2.11 пунктирными линиями. Как видно, для получения затухания 75 дБ на нормированной частоте $\Omega=2,5$ необходимо использовать либо полином

Таблица 2.1

Корни аппроксимирующих полиномов с различными степенями n (первая пара корней везде $-0,1787200 \pm \pm i1,034678$, вещественный корень при нечетных n всегда $-0,4870038$)

n	Корни аппроксимирующих полиномов при разных степенях n			
	2	3	4	5
4	$-0,4529864 \pm i0,4084098$	—	—	—
5	$-0,3793723 \pm i0,6974386$	—	—	—
6	$-0,4780601 \pm i0,2013261$	$-0,3085927 \pm i0,8604792$	—	—
7	$-0,4507496 \pm i0,4211219$	$-0,25073131 \pm i0,9535419$	—	—
8	$-0,4565458 \pm i0,3871846$	$-0,4427069 \pm i0,4634946$	$-0,1957214 \pm i1,018504$	—
9	$-0,4689310 \pm i0,3002016$	$-0,3598584 \pm i0,7494452$	$-0,1851397 \pm i1,028773$	—
10	$-0,4595014 \pm i0,3684955$	$-0,4590902 \pm i0,3711595$	$-0,3287638 \pm i0,8205865$	$-0,1789441 \pm i1,034476$

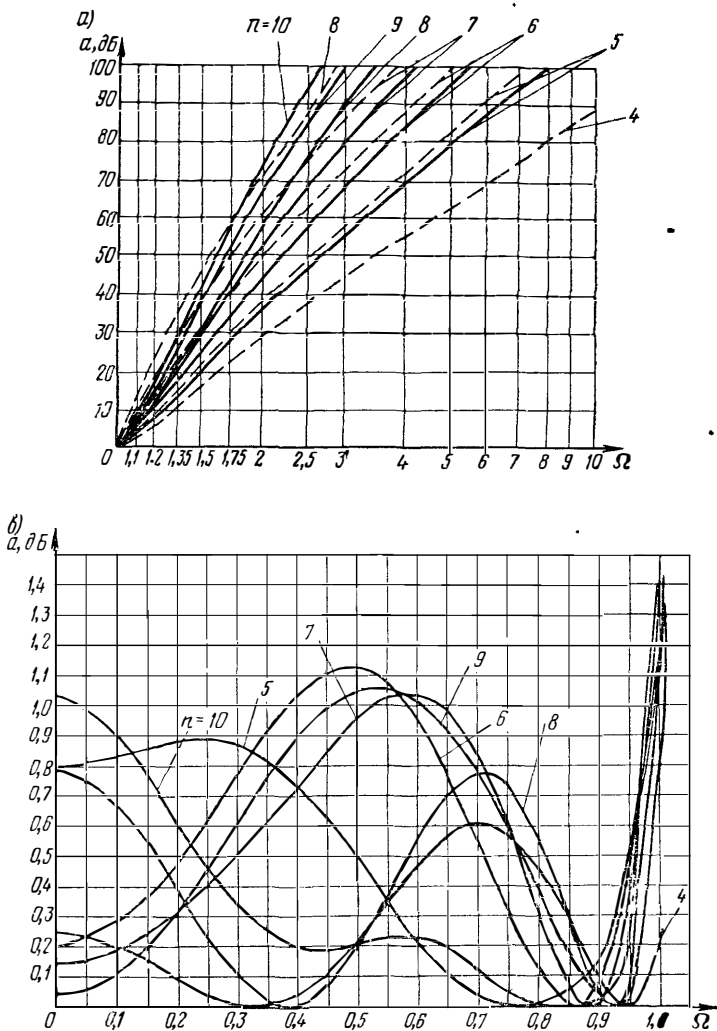


Рис. 2.11. Характеристики затухания фильтров при ограничении расположения корней аппроксимирующего полинома

Чебышева с $n=7$, либо полином рассматриваемого типа с $n=8$.

Поскольку абсцисса наиболее близкого к мнимой оси p -плоскости корня при аппроксимации полиномом Чебышева седьмой степени и $\Delta a = 1$ дБ равна $-0,0457$

[58], то для реализации подобного фильтра нижних или верхних частот потребуются элементы с добротностью $Q \geq \frac{1}{0,0457} = 21,8$. При аппроксимации фильтра полиномом восьмого порядка по данным табл. 2.1, как легко убедиться, потребуется добротность $Q \geq \frac{1}{0,19572} = 5,11$.

Естественно, аналогичный выигрыш получится и при реализации полосовых фильтров. Применение других подпрограмм оптимизации (например, процедуры Флетчера—Пауэла [35]) может ускорить нахождение оптимальных значений параметров, однако конечные результаты будут близки к полученным.

2.6. Аппроксимация характеристики выравнителя группового времени запаздывания (ГВЗ)

Задача синтеза выравнителей ГВЗ стала особенно актуальной в связи с развитием систем передачи цифровой информации и телевидения, а также радиорелейных линий, в тракте промежуточных, а иногда и сверхвысоких частот которых необходима коррекция ГВЗ. Опубликованные в литературе расчетные методы И. И. Трифонова [131] и К. А. Сильвинской и З. И. Голышко [133] требуют предварительного ручного расчета для получения достаточно хорошего начального приближения. Кроме того, в работах И. И. Трифонова ставится задача расчета прямолинейной фазовой характеристики, а не характеристики постоянного ГВЗ, что, как уже было пояснено в гл. 1, не одно и то же. Наиболее типичной задачей для диапазона метровых волн, да и для более высокочастотных диапазонов является расчет выравнителей ГВЗ сравнительно небольшой сложности. При этих условиях неплохие результаты можно получить с помощью описываемой ниже программы расчета, не требующей никакого первоначального приближения и доступной для использования проектировщиками, мало знакомыми с техникой расчета выравнителей. В этой программе используются идея случайного поиска и методика оптимизации Флетчера—Пауэлла, кратко описанная в § 2.4.

Известно, что характеристику ГВЗ совокупности N_1 выравнивающих звеньев первого порядка и N_2 звеньев второго порядка можно представить в виде [126]

$$G(\omega) = \sum_{(k)} N_1 \frac{2}{\left(1 + \frac{\omega^2}{\alpha_{0k}^2}\right)^{\alpha_{0k}}} + \sum_{(l)} (N_2) \frac{1}{\omega_{0l}} \times \\ \times \frac{2M_l \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_{0l}}\right)^2\right]}{\left(\frac{\omega}{\omega_{0l}}\right)^2 + M_l^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{0l}}\right)^2\right]}, \quad (2.50)$$

где N_1, N_2 — число звеньев первого и второго порядков; $\alpha_{0k} = \frac{R}{L_1}$, $\omega_{0i} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_{2i} C_{2i}}}$; $L_1, C_{11}, L_{21}, C_{21}$ — элементы контуров мостовой схемы фазовыравнивателей; R — характеристическое сопротивление.

При расчете корректоров ГВЗ на полосу частот, начиная с нулевой частоты, нули и полюсы коэффициента передачи часто располагаются по эллипсу или кривой на плоскости комплексной частоты [126]. При этом, поскольку кривая пересекает ось вещественных значений p дважды — по обе стороны от начала координат, — будет использоваться не более одного контура первого порядка. При расчете корректоров для полоснопропускающих фильтров или усилителей нули и полюсы располагаются по двум замкнутым кривым, не пересекающим ось вещественных значений, и потому контуры первого порядка в этом случае не используются.

Разработанная программа синтеза фазокорректоров включает в себя:

а) выбор случайных значений параметров фазовыравнивающих контуров с параметрами $M_i, \omega_{0i}, \alpha_0$;

б) оптимизацию выбранных значений параметров.

Выбор значений параметра M контуров второго порядка производится в пределах от 0,5 (как известно, контур второго порядка с $M \leq 0,5$ можно представить в виде каскадного соединения двух контуров первого порядка) до некоторой заранее установленной максимальной величины M_{\max} . Выбор значения M_{\max} производится, исходя из того, что с увеличением M соотношения между величинами схемных элементов корректора становятся все менее благоприятными; точное значение M_{\max} зависит от условий конкретной задачи, в частности, от диапазона частот. Случайные значения резонансных частот ω_{0i} выбираются в пределах корректируемой полосы частот. В случае фильтров нижних частот мо-

жет использоваться, как указано выше, один контур первого порядка. Параметр α_0 этого контура выбирается случайным образом, исходя из следующих соображений. Известно, что при изменении параметра M фазокорректирующего контура от 0,5 до ∞ полюсы функции передачи этого контура описывают на плоскости комплексных частот полуокружность (рис. 2.12). Координатами полюсов будут точки

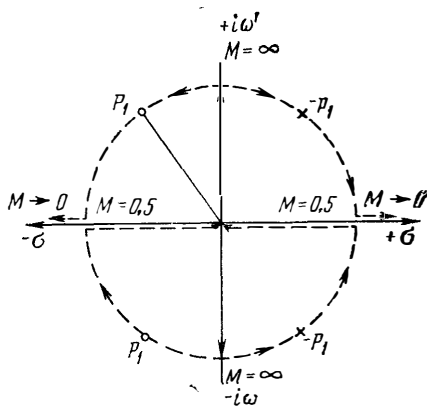


Рис. 2.12. Перемещение полюсов функции передачи фазового контура второго порядка по комплексной плоскости при изменении параметра M

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2M} \pm i \frac{\omega_0}{2M} \sqrt{4M^2 - 1}, \quad (2.51)$$

а расстояние от любого полюса до начала координат (радиус окружности) будет равно ω_0 . Абсцисса полюса фазового контура, настроенного на верхнюю граничную частоту корректируемой полосы частот и характеризуемого максимально допустимым значением параметра M , будет равна $-\frac{\omega_1}{2M_{\max}}$. Поскольку контур, на кото-

ром располагаются полюсы и нули корректирующих контуров, практически всегда бывает вытянут вдоль оси ординат, не имеет смысла задаваться исходным значением полюса контура первого порядка, большим (по абсолютной величине) ω_1 . Поэтому первоначальное значение параметра α_0 выбирается в пределах $-\frac{\omega_1}{2M_{\max}} \leq$

$\leq \alpha_0 \leq \omega_1$. Задача оптимизации параметров фазовывравнителя сводится к нахождению значений параметров x_i , для которых значение функции качества $F(x_i)$ минимально. Величины x_i при нечетных i , больших единицы, соответствуют величинам M_i , при четных i — величинам ω_{0i} , наконец, только при наличии контура первого порядка появляется $x_1 = \alpha_0$. Выбор величин $x_i(M_i, \omega_{0i})$ в указанных выше пределах производится с помощью датчика случайных чисел. Оптимизация, как

уже указывалось, производится по подпрограмме Флетчера—Пауэлла; кроме того, для сопоставления был сделан расчет с использованием метода наискорейшего спуска.

При синтезе фазокорректора задаются число попыток, величина шага в градиентном направлении и величина E , представляющая собой ту минимальную разность между значениями функции качества в двух соседних точках многомерного пространства, при достижении которой минимум считается обнаруженным. За функцию качества $F(x_i)$ принята разность между максимальным и минимальным значениями функции $G_D(\omega) = G_R(\omega) + G(\omega)$, где $G(\omega)$ — частотная характеристика фазовыравнивателя, определяемая из (2.50); $G_R(\omega)$ — заданная таблично характеристика ГВЗ корректируемого устройства. Следовательно, $F(x_i) = \max_{\omega} G_D - \min_{\omega} G_D$.

Приведем результаты одного из расчетов выровнителя ГВЗ с использованием процедуры градиентного поиска. Заданные значения ГВЗ корректируемого устройства (фильтра) даны в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Заданные значения ГВЗ корректируемого устройства

Частота МГц	G , нс	Частота МГц	G , нс
55	4,777	75	0,589
57,5	3,677	77,5	1,357
60	2,49	80	2,161
62,5	1,421	82,5	3,242
65	0,614	85	4,35
67,5	0,135		
70	0		
72,5	0,175		

Из 50 просчитанных вариантов значения функции качества (остаточная неравномерность ГВЗ) к моменту выхода из программы были: более 3 нс в 35 случаях; 2—3 нс в пяти случаях; 1—2 нс в восьми случаях.

В наилучшем случае была получена неравномерность ГВЗ менее 0,1 нс. Выход из программы в шести случаях был по признаку достижения допустимых границ изменения параметров, в остальных 44 случа-

ях — по числу делений «подходящего параметра» (величины, определяющей шаг изменения оптимизируемых параметров).

Далее была использована та же программа, но с применением уже не градиентного поиска, а процедуры

Флетчера—Пауэлла. По этому варианту программы было просчитано 22 варианта. В табл. 2.3 указано количество результатов из 22 вариантов, просчитанных по процедуре Флетчера—Пауэлла, а также из первых

Таблица 2.3

Количество результатов расчетов из общего числа 22, соответствующих различным областям значений функции качества (неравномерности ГВЗ в нс)

Значения функции качества (неравномерности ГВЗ в нс)	0,5	0,5—1	1—3	3—5	>5
Процедура «Градиент»	0	1	4	12	5
Процедура «Флетчера—Пауэлла»	3	4	9	6	0

22 вариантов, просчитанных градиентным методом, попавших в указанные в первой строке пределы изменений значений функции качества.

Как видно из табл. 2.3, при использовании процедуры Флетчера—Пауэлла было получено значительно большее количество вариантов с малыми значениями функции качества (неравномерность ГВЗ в корректируемой полосе частот), чем при использовании градиентного метода. Кроме того, просчет одного варианта по методике Флетчера—Пауэлла занимал в два-три раза меньше времени.

2.7. Преобразование частоты

Рассмотренное в начале § 2.2 нормирование частоты является простейшим примером так называемого преобразования частоты, широко применяемого в задачах анализа и синтеза электрических фильтров. Преобразование частоты сводится к подстановке в аппроксимирующее выражение вместо ω некоторой функции от ω . Такая подстановка вызывает изменение как характеристик цепи, так и ее схемы. В частности, нормирование частоты в фильтре нижних частот делает угловую частоту среза равной одному радиану в секунду и уменьшает все емкости и все индуктивности в ω_1 раз. С точки зрения теории функций комплексного переменного нормирование представляет собой подобное сжатие (или расширение, если $\omega_1 < 1$) плоскости p с коэффициентом ω_1 .

Следующим по сложности преобразованием частоты является преобразование вида

$$p \rightarrow \frac{1}{p}, \quad (2.52)$$

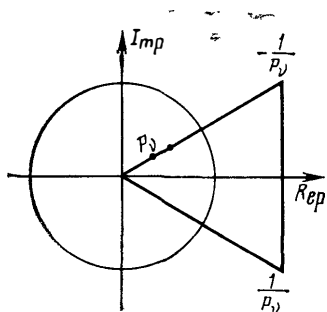


Рис. 2.13. Конформное преобразование $p \rightarrow 1/p$

превращающее характеристики фильтра нижних частот в характеристики фильтра верхних частот. В теории функций комплексного переменного преобразование вида (2.52), как и предыдущее, относится к конформным преобразованиям и сводится к последовательному выполнению двух конформных отображений (рис. 2.13); инверсии относительно единичной окружности (переход от точ-

ки $p_v = A e^{i\theta}$ к точке $\frac{1}{-p_v} = \frac{1}{A} e^{i\theta} = \frac{1}{A e^{-i\theta}}$, при котором аргумент не меняется, а модуль изменяется на обратный по величине) и инверсии относительно действительной оси (переход от точки $\frac{1}{-p_v} = \alpha_v + i\beta_v = \frac{1}{A e^{-i\theta}}$ к точке $\frac{1}{p_v} = \alpha_v - i\beta_v = \frac{1}{A e^{i\theta}}$, при котором модуль не меняется, а аргумент изменяет знак).

Нетрудно заметить, что при таком преобразовании отрезок вещественной оси от нуля до единицы перейдет в отрезок от единицы до бесконечности и наоборот. Отрезок мнимой оси от нуля до $+i$ перейдет в отрезок мнимой отрицательной полуоси от $-i$ до $-i\infty$ и т. д., в результате чего полоса пропускания превратится в полосу задерживания и наоборот.

Следующим преобразованием частоты, используемым при решении задачи синтеза полосового фильтра, является преобразование вида

$$\bar{p} = \frac{1}{w} \left(p + \frac{1}{p} \right), \quad (2.53)$$

где

$$w = \frac{f_1 - f_{-1}}{\sqrt{f_1 f_{-1}}}, \quad (2.54)$$

а f_1, f_1 — верхняя и нижняя граничные частоты полосы пропускания.

Преобразование (2.53) также относится к числу конформных преобразований, но это несколько более сложный случай, чем предыдущие преобразования, в силу того что оно неоднозначно. Действительно, одному значению параметра p (а следовательно, и частоты f) исходной низкочастотной функции соответствуют два значения параметра p преобразованной функции. Геометрическая интерпретация этого положения в теории функций комплексного переменного сводится, как известно, к рассмотрению римановых многолистных поверхностей. Существо дела состоит в том, что берутся два экземпляра («листа») плоскости преобразованного параметра p . На одном располагаются значения преобразованного параметра, соответствующие первому значению корня квадратного уравнения (2.53), а на втором листе — соответствующие второму значению корня.

Значения параметра p преобразованной функции, соответствующие заданному значению параметра \bar{p} исходной функции, можно, очевидно, найти из квадратного уравнения

$$p = \frac{\bar{p}\omega}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{p}\omega}{2}\right)^2 - 1}.$$

При $\frac{(\bar{p}\omega)^2}{4} = 1$ имеет место однозначное соответствие исходного и преобразованного параметров и точки $\bar{p} = \pm 2/\omega$ являются точками разветвления функции (2.53).

Полная плоскость \bar{p} получается из двух экземпляров плоскости p с разрезами вдоль отрезка $\left[-\frac{2}{\omega}, \frac{2}{\omega}\right]$

при склеивании берегов разрезов крест-накрест (рис. 2.14). Нулевой частоте нормированного ФНЧ при этом соответствуют равные по абсолютной величине положительное и отрицательное значения средней геометрической частоты полосы пропускания полосового фильтра.

Преобразование вида (2.61) приводит к полосовому фильтру, характеристики затухания которого обладают геометрической симметрией относительно средней частоты полосы пропускания. Необходимо также отметить преобразование частоты вида

$$\bar{p} = \frac{\omega}{p + \frac{1}{p}}, \quad (2.55)$$

используемое для перехода от фильтров нижних частот к полоснозапирающим (режекторным) фильтрам.

Преобразования (2.52), (2.53), (2.55) называют реактансными преобразованиями. При этом каждая индуктивность с сопротивлением $i\omega L_i$ и каждая емкость с про-

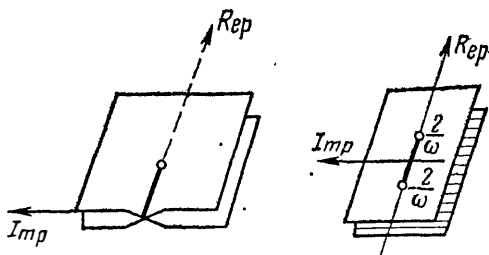


Рис. 2.14. Двухлистная риманова поверхность

водимостью $i\omega C_i$ заменяются соответственно двухполюсниками, состоящими из реактивных элементов (индуктивностей и емкостей) с сопротивлением $iP(\omega) L_i$ и проводимостью $iP(\omega) C_i$. Взаимное соответствие одних реактивных схемных элементов другим при реактансных преобразованиях (2.52), (2.53) и (2.55) показано в табл. 2.4.

Описанные выше частотные преобразования относились к цепям с сосредоточенными постоянными. Рассмотрим теперь тангенсное преобразование вида









$$\Omega = i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} = \operatorname{tg} \theta, \quad (2.56)$$

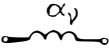

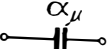
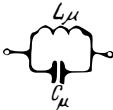
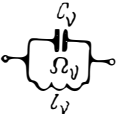
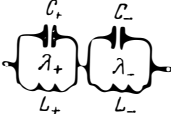
связывающее цепи с сосредоточенными и распределенными элементами. Если использовать преобразование (2.56) и подставить это значение частотной переменной в выражение для сопротивления индуктивного элемента цепи с сосредоточенными параметрами

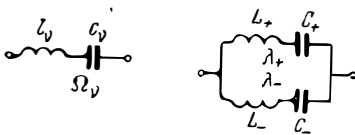
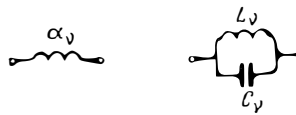

$$i\Omega L_k = iL_k \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*}, \quad (2.57)$$

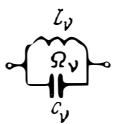
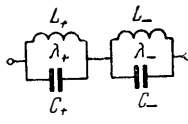
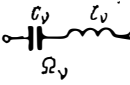
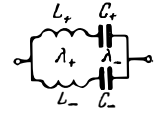
то, как легко видеть, правая часть (2.57) будет представлять собой входное сопротивление короткозамкнутого отрезка длинной линии без потерь с волновым сопротивлением $Z_h = L_k$. На частоте f^* , называемой опорной частотой, этот отрезок линии будет четвертьволновым и

Преобразование фильтра-прототипа в ФНЧ, ФВЧ, ППФ и ПЗФ





Преобразование частоты	Переводит			
	прототип в	элемент прототипа	в элемент фильтра	
$\Omega = \frac{\omega}{\omega_1}$	ФНЧ			$L_v = \frac{\alpha_v R_2}{\omega_1}$
				$C_\mu = \frac{\alpha_\mu}{\omega_1 R_2}$
$\Omega = \frac{\omega_{-1}}{\omega}$	ФВЧ			$C_\mu = \frac{1}{\omega_{-1} \alpha_v R_2}$
				$L_\mu = \frac{R_2}{\omega_{-1} \alpha_\mu}$

Преобразование частоты	Переводит			
	прототип в	элемент прототипа	в элемент фильтра	
$\Omega = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega(\omega_1 - \omega_{-1})}$ $\omega_0^2 = \omega_1 \omega_{-1}$	ППФ			$L_v = \frac{\alpha_v R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}}$ $C_v = \frac{1}{\omega_0^2 L_v}$
				$C_\mu = \frac{\alpha_\mu}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2}$ $L_\mu = \frac{1}{\omega_0^2 C_\mu}$
				$C_+ = \frac{c_v(1 + \lambda_-^2)}{R \cdot 2\pi \Delta f}; L_- = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C_+}$ $C_- = \frac{c_v(1 + \lambda_+^2)}{R \cdot 2\pi \Delta f}; L_+ = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C_-}$

Преобразование частоты	Переводит		
	прототип в	элемент прототипа	в элемент фильтра
			$L_+ = \frac{L_v R (1 + \lambda^2)}{2\pi \Delta f} ; C_- = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_+}$ $L_- = \frac{L_v R (1 + \lambda_-^2)}{2\pi \Delta f} , C_+ = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_-}$ $\lambda_{\pm} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_v \Delta f}{2f_0}\right)^2 + 1} \pm \frac{\Omega_v \Delta f}{2f_0}$
$\Omega = \frac{\omega (\omega_{-1} - \omega_1)}{\omega^2 - \omega_0^2}$	ПЗФ		$C_v = \frac{1}{\alpha_v R_2 (\omega_{-1} - \omega_1)}$ $L_v = \frac{1}{\omega_0^2 C_v}$
$\omega_0^2 = \omega_1 \omega_{-1}$			$L_\mu = \frac{R}{\alpha_\mu (\omega_{-1} - \omega_1)}$ $C_\mu = \frac{1}{\omega_0^2 L_\mu}$

Преобразование частоты	Переводит			
	прототип в	элемент прототипа	в элемент фильтра	
				$L_- = \frac{l_v R}{2\pi\Delta f(1+\lambda_-^2)}; C_+ = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_-}$ $L_+ = \frac{l_v R}{2\pi\Delta f(1+\lambda_+^2)}; C_- = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_+}$
				$C_+ = \frac{c_v}{2\pi\Delta f R(1+\lambda_+^2)}; L_- = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C_+}$ $C_- = \frac{c_v}{2\pi\Delta f R(1+\lambda_-^2)}; L_+ = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C_-}$ $\lambda_{\pm} = \sqrt{\left(\frac{f_0}{2\Delta f \Omega_v}\right)^2 + 1} \pm \frac{f_0}{2\Delta f \Omega_v}$

Преобразование фильтров на сосредоточенных элементах в фильтры СВЧ

Преобразование частоты	Переводит				
	фильтр	в	элемент ФНЧ (ФВЧ)	в элемент фильтра СВЧ	
$\Omega = \operatorname{tg} \frac{\pi \omega}{2\omega_0}$	НЧ	ПЗФ СВЧ	$\alpha \mu$ 		$\theta_0 = \frac{\pi \omega}{2\omega_0}$ $Z_0 = \frac{\alpha \nu R_2}{\omega_0}$
	ВЧ	ППФ СВЧ	$\alpha \nu$ 		$\theta_0 = \frac{\pi \omega_0}{2\omega}$ $Z_0 = \frac{R_2 \omega_0}{\alpha \mu}$

его электрическая длина $\theta = \frac{\pi}{2}$. Аналогично для емкостной проводимости $i\Omega C_l = iC_l \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*}$ получаем входную проводимость разомкнутого на конце отрезка линии с волновой проводимостью $Y_l = C_l$. Следовательно, получилась цепь, состоящая из отрезков линии одинаковой электрической длины, активных сопротивлений R и идеальных трансформаторов. Эти отрезки длинных линий реализуются на СВЧ в виде отрезков линий передачи с ТЕМ волной (двухпроводных, коаксиальных и полоско-

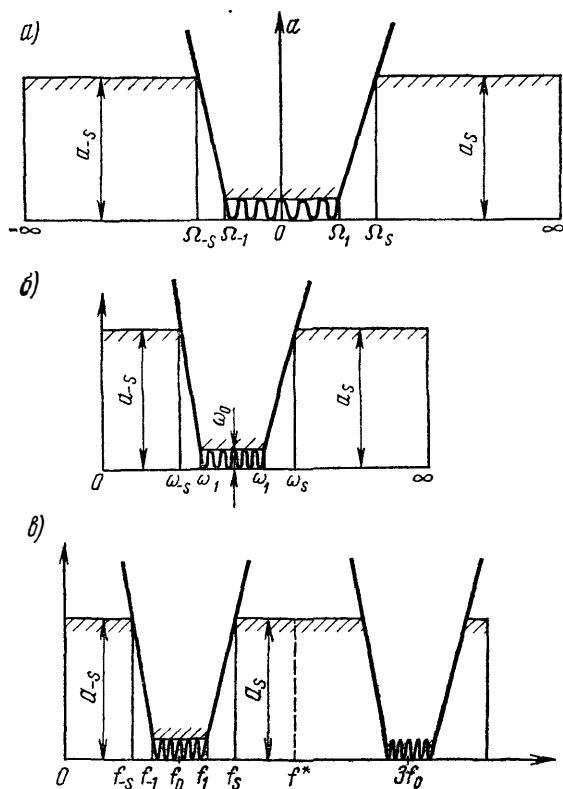


Рис 2.15 Преобразование характеристики затухания прототипа в характеристику фильтра СВЧ в результате применения тангенсного преобразования частоты

вых линий) с соответствующими волновыми сопротивлениями.

Преобразование вида (2.56) иногда называется частотным преобразованием Ричардса, который впервые его использовал в 1948 г. [12].

Переход элементов фильтров НЧ и ВЧ в элементы фильтров СВЧ показан в табл. 2.5.

В качестве примера на рис. 2.15а дана характеристика фильтра нижних частот на сосредоточенных элементах. Преобразование (2.53) превращает фильтр нижних частот в полосовой фильтр также на сосредоточенных элементах, его характеристика дана на рис. 2.15б. Наконец, тангенсное преобразование (2.56) превращает полосовой фильтр на сосредоточенных элементах в полосовой фильтр на отрезках линий; характеристика этого фильтра представлена на рис. 2.15в. При этом выполняются следующие соотношения между частотами:

$$\begin{array}{llll}
 f = 0; & \omega = 0; & f = f_1; & \omega = \omega_1; \\
 f = f_{-s}; & \omega = \omega_{-s}; & f = f_s; & \omega = \omega_s; \\
 f = f_{-1}; & \omega = \omega_{-1}; & f = f^*; & \omega = \infty. \\
 f = f_0, 3f_0, 5f_0, \dots; & \omega = \omega_0; & & .
 \end{array}$$

ВОПРОСЫ РЕАЛИЗАЦИИ**3.1. Общие соображения**

До самого последнего времени общепринятая техника реализации LC -фильтров, т. е. нахождение схемы LC -фильтра по известному аппроксимирующему выражению для характеристики затухания (в общем случае — коэффициента передачи), основывалась на связи, существующей между затуханием реактивного четырехполюсника и коэффициентом отражения этого четырехполюсника. Эта зависимость выражается в виде: $|\rho|^2 = 1 - e^{-2a}$, где ρ — коэффициент отражения; a — затухание.

Зная выражения для частотной зависимости затухания, можно найти выражение для квадрата модуля коэффициента отражения, а по нему, используя условия физической осуществимости, — функцию входного сопротивления. После этого определение величин схемных элементов, особенно в случае полиномиальных характеристик затухания, не вызывает принципиальных затруднений.

Подобная процедура синтеза, описанная в целом ряде работ [1, 2, 80], не является теперь единственно возможной. В частности, Хереро и Уиллонером [85] описана процедура реализации четырехполюсников лестничной схемы, основанная на использовании континуантов (см § 1.4). Эта процедура позволяет производить вычисления на ЭВМ, имеющих меньшее число разрядов; кроме того, реализуемый четырехполюсник не обязательно должен быть чисто реактивным.

Упомянутые здесь процедуры, как правило, используются для составления расчетных таблиц, с помощью которых и ведутся инженерные расчеты фильтров. Эти таблицы, обзор которых дается в следующем параграфе, рассчитаны либо для полиномиальных фильтров, либо для фильтров, характеристики затухания которых выражаются с помощью дроби Золотарева. Схемы табулированных фильтров сведены в табл. 3 1.

Схемы фильтров, соответствующие типовым аппроксимирующим выражениям

		Схемы фильтров			
Фильтры	НЧ	ВЧ	ППЧ	ПЗФ	
Полномиальные					
Золотаревские					

3.2. Использование таблиц для расчета фильтров

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Современные методы синтеза по рабочим параметрам дают возможность в большинстве случаев решить задачу синтеза при условии, конечно, что налагаемые требования не находятся в противоречии с физическими возможностями. Однако эти методы требуют проведения столь большого объема вычислений, что их практическое использование возможно только с помощью электронных вычислительных машин. Несмотря, однако, на то, что производительность этих машин непрерывно растет, нельзя ожидать, по крайней мере, в настоящее время, что их использование будет во всех случаях оправдано экономически. Нужно, кроме того, учесть, что большая сложность выполнения процедуры синтеза фильтров современными методами способна отпугнуть инженеров и техников-практиков от их использования. Создается опасность возникновения пропасти между результатами теоретических исследований и их использованиями. Выход состоит в создании таблиц (каталогов) нормированных фильтров-прототипов нижних частот, содержащих величины схемных элементов прототипов, а также данные — в виде графиков или таблиц — о характеристиках затухания прототипов в полосе задерживания и величине неравномерности коэффициента передачи в поло-

се пропускания. Широкое распространение и продолжающееся издание таких таблиц в нашей стране и за ее пределами в самое последнее время подтверждает тот факт, что распространение электронных вычислительных машин не отменяет потребности в таблицах фильтров-прототипов.

Многообразие встречающихся на практике требований к фильтрам не дает возможности охватить в каталогах все мыслимые случаи. Ввиду этого каталогизации подвергаются только фильтры-прототипы нижних частот, с помощью которых можно рассчитывать фильтры нижних и верхних частот, а также полоснопропускающие и полоснозадерживающие фильтры с характеристиками затухания, геометрически симметричными относительно некоторой средней частоты (производные от фильтров нижних частот). Далее потери в реактивных элементах фильтров либо совсем не учитываются, либо предполагаются одинаковыми во всех схемных элементах — емкостях и индуктивностях или только индуктивностях, причем табулирование производится, естественно, только для нескольких дискретных значений коэффициентов потерь.

По характеру приводимых в таблицах данных их можно разделить на две большие группы: в одних таблицах даются величины схемных элементов прототипов, в других — аппроксимационное выражение для коэффициента передачи. Хотя при расчете LC -фильтров таблицы первого типа гораздо удобнее, поскольку переход от элементов прототипа к элементам фильтров нижних и верхних частот требует выполнения только операций умножения и деления с точностью до трех знаков, тем не менее выполняется с помощью логарифмической линейки, а переход к полоснопропускающим и полоснозадерживающим фильтрам тоже не слишком сложен, таблицы второго типа имеют свои преимущества. В случае фильтров LC они позволяют рассчитывать схемы произвольной конфигурации; при этом, правда, требуется применение ЭВМ, но требуемая точность вычислений значительно ниже той, которая необходима для нахождения аппроксимационного выражения. Что касается активных RC -фильтров, то для их расчета таблицы первого типа вообще нельзя использовать.

Ниже приводится краткая характеристика каталогов и таблиц фильтров, опубликованных в отечественной и иностранной литературе.

ТАБЛИЦЫ ВЕЛИЧИН СХЕМНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРОВ
ПРОТОТИПОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ

1. Расчетные таблицы полиномиальных фильтров Собенина [80] для чебышевской и максимально плоской характеристик затухания в полосе пропускания содержат данные о величинах схемных элементов с учетом потерь при степенях аппроксимирующей функции от двух до восьми и неравномерности затухания в полосе пропускания от 0,01 до 0,2 Нп' (примерно от 0,1 до 1,75 дБ). Некоторые из этих таблиц приведены также в [2].

2. Большое количество таблиц содержит справочник, составленный М. Е Альбацем [58]. В справочнике имеются таблицы для фильтров, характеристики затухания которых выражаются с помощью полиномов Чебышева и Баттерворта от первой до десятой степени без учета потерь с различным соотношением между внешними сопротивлениями на входе и выходе фильтра. Неравномерность затухания в полосе пропускания для чебышевских фильтров составляет от 0,1 до 3 дБ. Таблицы для фильтров с характеристиками, выражаемыми с помощью дроби Золотарева, содержат данные о величинах схемных элементов при степенях аппроксимирующей функции от пяти до одиннадцати и коэффициенте отражения, равном двадцати. Потери не учитываются.

3. В [51] приводятся величины элементов прототипов с полиномиальными чебышевскими характеристиками для степеней полиномов от второй до двадцатой и неравномерностей затухания в полосе пропускания от 0,01 до 3 дБ, что соответствует коэффициентам отражения от 5 до 70 %. Потери не учитываются.

4. В [71] приводятся значения величин схемных элементов низкочастотных прототипов с характеристиками затухания, выражаемыми полиномами Чебышева и Баттерворта от первой до пятнадцатой степени без учета потерь. Неравномерности затухания в полосе пропускания для фильтров с чебышевскими полиномиальными характеристиками составляют от 0,01 до 3 дБ. Данные приводятся для фильтров, нагруженных с двух сторон и с одной стороны.

5. Каталог фильтров-прототипов нижних частот, составленный Заалем [111], содержит данные об элементах фильтров с характеристиками, выражаемыми дробью Золотарева; реактивные элементы фильтров предполагаются идеальными, не обладающими потерями. Схемы фильтров-прототипов, приводимые в каталоге, соответ-

ствуют аппроксимирующим выражениям от четвертой до девятой степени; при этом для четных n приведены два варианта решения — для равных и неравных внешних нагрузок. Таблицы расположены в порядке возрастания n и коэффициента отражения ρ (от 1 до 50 %).

6. Таблицы Вейнберга [115] содержат величины фильтров-прототипов нижних частот без потерь с характеристиками затухания, имеющими чебышевский или максимально плоский характер в полосе пропускания и максимально плоскую характеристику группового времени запаздывания. Данные приводятся для различных соотношений между внешними нагрузками на входе и выходе фильтра и степеней аппроксимирующих полиномов от первой до десятой. В других таблицах Вейнберга [116] содержатся данные для расчета фильтров тех же типов с учетом потерь в схемных элементах, которые приняты одинаковыми для емкостей и индуктивностей, для степеней аппроксимирующих полиномов от первой до десятой.

Целый ряд таблиц приведен также в книге Вейнберга [13] (таблицы величин схемных элементов низкочастотных прототипов без потерь с максимально плоской и чебышевской характеристиками затухания в полосе пропускания, с максимально плоской характеристикой группового времени запаздывания, а также таблицы величин схемных элементов фазовых контуров с максимально плоскими характеристиками группового времени запаздывания; приводятся также и таблицы, позволяющие учитывать потери).

7. Каталог полиномиальных фильтров Гловацкого [97] содержит примерно те же случаи, что и каталог Заала. Величина неравномерности затухания в полосе пропускания выражена, как и в таблицах Заала, через коэффициент отражения, величина затухания в полосе задерживания дана непосредственно. Потери не учитываются.

8. Таблицы Джеффе [95] низкочастотных прототипов с максимально плоскими полиномиальными характеристиками затухания для степеней полиномов от второй до десятой рассчитаны для случаев, когда потери учитываются только в индуктивностях и когда все индуктивности и емкости обладают одинаковыми добротностями.

9. В [84] приводятся взятые из других различных справочников таблицы значений элементов фильтров-прототипов с чебышевскими, баттервортовскими, золо-

таревскими, бесселевыми и линейно-фазовыми характеристиками для коэффициентов отражения от 1 до 50 %. Там же дано большое количество графиков, показывающих ход характеристики затухания в переходной области между полосой пропускания и полосой задерживания, а также фазовые характеристики.

ТАБЛИЦЫ ВЕЛИЧИН, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ АППРОКСИМИРУЮЩИЕ ФУНКЦИИ

Аппроксимирующие функции можно выразить либо через нули и полюсы, либо через коэффициенты при членах полиномов, либо, наконец, через сомножители первого и второго порядков, на которые можно разложить аппроксимирующие полиномы

1. В [62] приведены таблицы сомножителей первого и второго порядков для случаев, когда характеристики затухания выражаются с помощью полиномов Чебышева и Баттерворта. Неравномерность затухания в полосе пропускания при аппроксимации по Чебышеву составляет от 0,1 до 2 дБ, степени полиномов — от второй до десятой. Там же приведены значения нулей и полюсов при аппроксимации характеристики затухания с помощью дроби Чебышева от второго до восьмого порядков при тех же значениях неравномерности в полосе пропускания. Поскольку приводимые в таблицах числа содержат всего пять знаков, их точность, при жестких требованиях к неравномерности затухания в полосе пропускания, недостаточна для расчета с их помощью пассивных *LC*-фильтров.

2. Значения коэффициентов полиномов при аппроксимации по Чебышеву и Баттерворту, а также значения нулей полиномов при этих же типах аппроксимации приведены в уже упоминавшемся справочнике М. Е. Альбца [58].

3. В [1] приведены значения коэффициентов полиномов при аппроксимации по Баттерворту и Бесселю (для получения гладкой аппроксимации функции времени замедления), а также сомножители первого и второго порядков, на которые эти полиномы можно разложить. Ввиду небольшого числа знаков эти таблицы нельзя использовать для расчета фильтров *LC* при жестких требованиях к характеристике затухания в полосе пропускания.

4. Христиан и Эйзенман [88] издали десятизначные таблицы нулей и полюсов функций, аппроксимирующих

коэффициент передачи. При реализации в LC -исполнении приведенным функциям соответствует коэффициент отражения от 5 до 50 %. Аппроксимирующие выражения получены с помощью полиномов Баттерворта и Чебышева и дроби Золотарева, причем полином Чебышева используется для получения как равноволнового приближения в полосе пропускания и монотонного в полосе задерживания, так и монотонного приближения в полосе пропускания и равноволнового в полосе задерживания.

3.3. Квазиполиномиальные фильтры

СХЕМЫ ФИЛЬТРОВ НА СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

Расчетные таблицы для полиномиальных фильтров позволяют рассчитывать полосовые фильтры с геометрически симметричными относительно средней частоты характеристиками.

Схемы таких фильтров содержат последовательные и параллельные контуры. Эти схемы в целом ряде случаев (узкая полоса пропускания, высокие или сверхвысокие частоты и др.) не очень удобны с точки зрения конструирования, изготовления и настройки из-за значительной разницы величин элементов последовательных и параллельных плеч. Для достаточно узкополосных фильтров соотношение индуктивностей последовательных и параллельных плеч, составляющее величину порядка $(f_0/\Delta f)^2$, довольно велико; при этом величины элементов становятся неприемлемыми.

Поэтому полосовые фильтры на практике часто реализуются в виде схем, состоящих из только последовательных или только параллельных контуров, связанных между собой емкостными или индуктивными связями (рис. 3.1). Подобные схемы представляют интерес не только при разработке LC -фильтров, но и в качестве схем замещения фильтров СВЧ, реализуемых на распределенных элементах (полосковых, гребенчатых, встречно-стержневых, спиральных).

При синтезе фильтров на связанных контурах можно использовать приближенный метод расчета с помощью таблиц полиномиальных фильтров-прототипов. Фильтры, рассчитанные по такой методике, называются квазиполиномиальными.

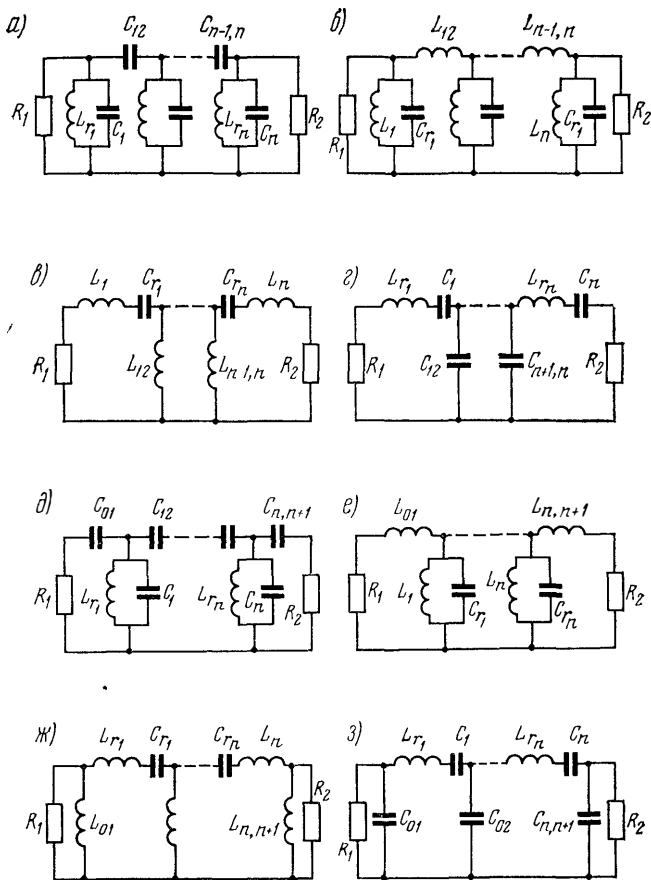


Рис 31. Схемы полосовых фильтров с колебательными контурами одного типа

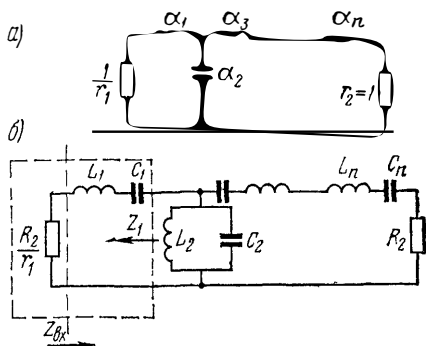


Рис 32. Переход от НЧ прототипа к полосовому полиномиальному фильтру

Рассмотрим вывод расчетных соотношений для элементов схемы рис. 3.1г. Схема исходного полосового фильтра с полиномиальной функцией передачи, полученная из схемы прототипа рис. 3.2а с помощью реактансно-го преобразования частоты, изображена на рис. 3.2б.

Элементы фильтра определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} L_k &= \frac{\alpha_k R_2}{(\omega_1 - \omega_{-1})} \\ C_k &= \frac{1}{(\omega_0)^2 L_k} \end{aligned} \right\}, k \text{ — нечетное;} \\ \left. \begin{aligned} C_k &= \frac{\alpha_k}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2} \\ L_k &= \frac{1}{(\omega_0)^2 C_k} \end{aligned} \right\}, k \text{ — четное.} \quad (3.1)$$

где α_k и r_1 — элементы прототипа; ω_1 , ω_{-1} — граничные частоты полосы пропускания.

С помощью $(n-1)$ инверторов (см. § 1.4) параллельные контуры исходного полиномиального полосового фильтра преобразуются в последовательные контуры в продольных ветвях, как показано на рис. 3.3а. Определим входное сопротивление этой схемы:

$$\begin{aligned} Z'_{\text{вх}} &= \rho L_{r_1} + \frac{1}{\rho C_{r_1}} + \\ &+ \frac{K_{12}^2}{\rho L_{r_2} + \frac{1}{\rho C_{r_2}} + \frac{K_{23}^2}{\rho L_{r_3} + \frac{1}{\rho C_{r_3}} + \dots + \frac{K_{n-1,n}^2}{\rho L_{r_n} + \frac{1}{\rho C_{r_n}} + R_2}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

и схемы рис. 3.2б:

$$Z_{\text{вх}} = \rho L_1 + \frac{1}{\rho C_1} + \frac{1}{\rho C_2 + \frac{1}{\rho L_2} + \frac{1}{\rho L_3 + \frac{1}{\rho C_3} + \dots + \frac{1}{\rho L_n + \frac{1}{\rho C_n} + R_2}}}. \quad (3.3)$$

Сравнение выражений (3.2) и (3.3) показывает, что схемы рис. 3.2б и 3.3а эквивалентны при следующих соотношениях между элементами схем:

$$L_{r_1} = L_1; C_{r_1} = C_1; L_2 C_2 = L_3 C_3 = \dots = L_k C_k = \dots = L_n C_n = \frac{1}{\omega_0^2};$$

$$L_{r_n} = L_n; C_{r_n} = C_n; K_{k,k+1} = \sqrt{\frac{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{C_k L_{k+1}}}, \quad k - \text{четное};$$

$$K_{k,k+1} = \sqrt{\frac{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{L_k C_{k+1}}}, \quad k - \text{нечетное};$$

$$K_{12} = \sqrt{\frac{L_{r_2}}{C_2}}; K_{n-1,n} = \sqrt{\frac{L_{r_{n-1}}}{C_{n-1}}}. \quad (3.4)$$

Подставляя в выражения (3.4) значения L и C , из (3.1) получим:

$$L_{r_1} = \frac{\alpha_1 R_2}{(\omega_1 - \omega_{-1})}; \quad C_{r_1} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{r_1}};$$

$$L_{r_n} = \frac{\alpha_n R_2}{(\omega_1 - \omega_{-1})}; \quad C_{r_n} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{r_n}};$$

$$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}; \quad K_{12} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) L_{r_2} R_2}{\alpha_2}};$$

$$K_{n-1,n} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) L_{r_{n-1}} R_2}{\alpha_{n-1}}};$$

$$K_{k,k+1} = (\omega_1 - \omega_{-1}) \sqrt{\frac{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}. \quad (3.5)$$

Далее необходимо определить схему и значения элементов преобразователей. Поскольку отрицательные элементы инвертора должны включаться в резонансные контуры фильтра, следует использовать схему преобразователя рис. 1.10б. Принимая $\omega = \omega_0$, получим формулы для определения схемных элементов, приведенные в соответствующей графе табл. 3.2.

Аналогичным образом определяются элементы схем рис. 3.1а—3.1в; при этом для схемы рис. 3.1а в силу указанных выше соображений выбирается инвертор рис. 1.10а, для схемы 3.1б—1.10в и т. д.

Схемы рис. 3.1д—3.1з, у которых, в отличие от четырех других схем, между нагрузкой и последним контуром и между генератором и первым контуром имеются не входящие в контуры емкости и индуктивности, получают из схемы исходного полиномиального фильтра с

Формулы для расчета фильтров на связанных контурах

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис	
	3 1 а	3 1 в
Элементы схем	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}; k = 1, \dots, n$	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, k = 1, \dots, n$
	$C_{r_1} = \frac{\alpha_1 r}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1}$	$L_{r_1} = \frac{\alpha_1 R_1 r}{\omega_1 - \omega_{-1}}$
	$C_{r_n} = \frac{\alpha_n}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2}$	$L_{r_n} = \frac{\alpha_n R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}}$
	$C_{12} = \frac{\omega_0}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_2} r}{R_1 \alpha_2}}$	$L_{12} = \frac{\omega_0}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) L_{r_2} R_1 r}{\alpha_2}}$
	$C_{k, k+1} = \frac{\omega_0 (\omega_1 - \omega_{-1})}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{C_{r_k} C_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}},$ $k = 2, \dots, n-2$	$L_{k, k+1} = \frac{\omega_0 (\omega_1 - \omega_{-1})}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}},$ $k = 2, 3, \dots, n-2$
$C_{n-1, n} = \frac{\omega_0}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_{n-1}}}{R_2 \alpha_{n-1}}}$ $C_1 = C_{r_1} - C_{12}$	$L_{n-1, n} = \frac{\omega_0}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) L_{r_{n-1}} R_2}{\alpha_{n-1}}}$ $L_1 = L_{r_1} - L_{12}$	

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3 1 а	3 1 в
Элементы схем	$C_k = C_{r_k} - C_{k-1, k} - C_{k, k+1}$ $k = 2, \dots, n-1$ $C_n = C_{r_n} - C_{n-1, n}$	$L_k = L_{r_k} - L_{k-1, k} - L_{k, k+1},$ $k = 2, \dots, n-1$ $L_n = L_{r_n} - L_{n-1, n}$
Резонансная частота	$\omega_0 = \omega_{-1} + \omega_1 - \sqrt{(\omega_{-1} - \omega_1)^2 + \omega_1 \omega_{-1}}$	
$\frac{\omega_1}{\omega_{-1}} > 1,05$		
$\frac{\omega_1}{\omega_{-1}} \leq 1,05$		
Нормированная частота	$\Omega = \frac{2 - \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{1}{2 - \omega_0/\omega}}{2 - \frac{\omega_0}{\omega_1} - \frac{1}{2 - \omega_0/\omega_1}} \quad \text{ только для } \omega \geq 0,7\omega_0 $	

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3.1 б	3.1 ж
Элементы схем	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}; k = 1, 2, \dots, n$	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}; k = 1, 2, \dots, n$
	$C_{01} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_1}}{\omega_1 \omega_{-1} R_1 r \alpha_1 \left[1 - \frac{R_1 (\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_1}}{r \alpha_1} \right]}}$	$L_{01} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1 L_{r_1} / \omega_1 \omega_{-1} \alpha_1 r}{1 - \frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) L_{r_1}}{\alpha_1 r R_1}}}$
	$C'_{01} = \frac{C_{01}}{1 + \omega_0^2 R_1^2 C_{01}^2}$	$L'_{01} = \frac{L_{01}}{1 + \frac{\omega_0^2 L_{01}^2}{R_1^2}}$
	$C_{n, n+1} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_n}}{\omega_1 \omega_{-1} R_2 \alpha_n \left[1 - \frac{R_2 (\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_n}}{\alpha_n} \right]}}$	$L'_{n, n+1} = \frac{L_{n, n+1}}{1 + \frac{\omega_0^2 L_{n, n+1}^2}{R_2^2}}$
$C_{k, k+1} = \frac{\omega_0 (\omega_1 - \omega_{-1})}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{C_{r_k} C_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}$	$L_{k, k+1} = \frac{\omega_0 (\omega_1 - \omega_{-1})}{\omega_1 \omega_{-1}} \sqrt{\frac{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}$	
	$k = 1, 2, \dots, n-1$	
	$C'_{n, n+1} = \frac{C_{n, n+1}}{1 + \omega_0^2 R_2^2 C_{n, n+1}^2}$	

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3.1 б	3.1 ж
Элементы схем	$C_1 = C_{r_1} - C'_{01} - C_{12}$ $C_k = C_{r_k} - C_{k-1}, k - C_{k+1}$ $k = 2, \dots, n-1$ $C_n = C_{r_n} - C'_{n, n+1} - C_{n-1, n}$ <p>при $\Delta f/f_0 \leq 1\%$:</p> $C_{01} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_1}}{\omega_1 \omega_{-1} R_1 r \alpha_1}}$ $C'_{01} = C_{01}$ $C_{n, n+1} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) C_{r_n}}{\omega_1 \omega_{-1} R_2 \alpha_n}}$ $C'_{n, n+1} = C_{n, n+1}$	$k = 1, 2, \dots, n-1$ $L_{n, n+1} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2 L_{r_n} / \omega_1 \omega_{-1} \alpha_n}{1 - \frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) L_{r_n}}{\alpha_n R_2}}}$ $L_1 = L_{r_1} - L'_{01} - L_{12}; L_n = L_{r_n} - L'_{n, n+1} - L_{n-1, n}$ $L_k = L_{r_k} - L_{k-1}, k - L_{k, k+1}$ $k = 2, \dots, n-1$ <p>при $\Delta f/f_0 \leq 1\%$:</p> $L_{01} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1 L_{r_1}}{\omega_1 \omega_{-1} \alpha_1 r}}; L'_{01} = L_{01}$ $L_{n, n+1} = \sqrt{\frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2 L_{r_n}}{\omega_1 \omega_{-1} \alpha_n}}$ $L'_{n, n+1} = L_{n, n+1}$
	Формулы для ω_0 и Ω те же, что для схем рис. 3.1а, 3.1в.	

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3.1 в	3.1 з
Элементы схемы	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, k = 1, 2, \dots, n$	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, k = 1, \dots, n$
	$L_{01} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 L_{r_1} \alpha_1 R_1 r}{\omega_1 - \omega_{-1}} - R_1^2}$	$C_{01} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 C_{r_1} \alpha_1 r}{R_1 (\omega_1 - \omega_{-1})} - \frac{1}{R_1^2}}$
	$L'_{01} = L_{01} + \frac{R_1^2}{\omega_0^2 L_{01}}$	$C'_{01} = C_{01} + \frac{1}{\omega_0^2 C_{01} R_1^2}$
	$L_{k, k+1} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_{-1}} \times \sqrt{\frac{\alpha_k \alpha_{k+1} L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{\omega_1 - \omega_{-1}}},$ $k = 1, 2, \dots, n-1$	$C_{k, k+1} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_{-1}} \sqrt{\frac{C_{r_k} C_{r_{k+1}} \alpha_k \alpha_{k+1}}{\omega_1 - \omega_{-1}}},$ $k = 1, 2, \dots, n-1$
	$L_{n, n+1} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 L_{r_n} \alpha_n R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}} - R_2^2}$ $L'_{n, n+1} = L_{n, n+1} + \frac{R_2^2}{\omega_0^2 L_{n, n+1}}$	$C_{n, n+1} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 C_{r_n} \alpha_n}{R_2 (\omega_1 - \omega_{-1})} - \frac{1}{R_2^2}}$ $C'_{n, n+1} = C_{n, n+1} + \frac{1}{\omega_0^2 C_{n, n+1} R_2^2}$
$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L_{r_1}} - \frac{1}{L'_{01}} - \frac{1}{L_{12}}$	$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{r_1}} - \frac{1}{C'_{01}} - \frac{1}{C_{12}}$	

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3.1 в	3.1 з
Элементы схем	$\frac{1}{L_k} = \frac{1}{L_{r_k}} - \frac{1}{L_{k-1, k}} - \frac{1}{L_{k, k+1}},$ $k = 2, 3, \dots, n-1$	$\frac{1}{C_k} = \frac{1}{C_{r_k}} - \frac{1}{C_{k-1, k}} - \frac{1}{C_{k, k+1}}$ $k = 2, 3, \dots, n-1$
	$\frac{1}{L_n} = \frac{1}{L_{r_n}} - \frac{1}{L'_{n, n+1}} - \frac{1}{L_{n-1, n}}$ <p style="text-align: center;">при $\Delta f_1/f_0 \leq 1\%$:</p>	$\frac{1}{C_n} = \frac{1}{C_{r_n}} - \frac{1}{C'_{n, n+1}} - \frac{1}{C_{n-1, n}}$ <p style="text-align: center;">при $\Delta f/f_0 \leq 1\%$:</p>
	$L_{01} = \sqrt{\frac{L_{r_1} \alpha_1 R_1 r}{\omega_1 - \omega_{-1}}}; L'_{01} = L_{01}$	$C_{01} = \sqrt{\frac{C_{r_1} \alpha_1 r}{R_1 (\omega_1 - \omega_{-1})}}; C'_{01} = C_{01}$
	$L_{n, n+1} = \sqrt{\frac{L_{r_n} \alpha_n R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}}}$ $L'_{n, n+1} = L_{n, n+1}$	$C_{n, n+1} = \sqrt{\frac{C_{r_n} \alpha_n}{R_2 (\omega_1 - \omega_{-1})}}$ $C'_{n, n+1} = C_{n, n+1}$

Формулы для ω_0 и Ω те же, что для схем рис. 3.1б, 3.1г.

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3.1 б	3.1 в
Элементы схемы	$\frac{1}{L_k} = \frac{1}{L_{r_k}} - \frac{1}{L_{k-1, k}} - \frac{1}{L_{k, k+1}}$ $k = 2, 3, \dots, n-1$ $L_n = \frac{L_{n-1, n} \cdot L_{r_n}}{L_{n-1, n} - L_{r_n}}$	$\frac{1}{C_k} = \frac{1}{C_{r_k}} - \frac{1}{C_{k-1, k}} - \frac{1}{C_{k, k+1}},$ $k = 2, 3, \dots, n-1$ $C_n = \frac{C_{n-1, n} C_{r_n}}{C_{n-1, n} - C_{r_n}}$
Резонансная частота $\frac{\omega_1}{\omega_{-1}} > 1,05$	$\omega_0 = \frac{\omega_1 \omega_{-1}}{\omega_1 + \omega_{-1} - \sqrt{(\omega_{-1} - \omega_1)^2 + \omega_1 \omega_{-1}}}$	
$\frac{\omega_1}{\omega_{-1}} < 1,05$	$\omega_0 \approx \sqrt{\omega_{-1} \omega_1}$	
Нормированная частота	$\Omega = \frac{2 - \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{2 - \omega/\omega_0}}{2 - \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{1}{2 - \omega_1/\omega_0}} \quad \text{только для } \omega \leq 1,4\omega_0 $	

Параметры схем	Формулы для расчета элементов фильтров для схем рис.	
	3.1 б	3.1 з
Элементы схемы	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, k = 1, 2, \dots, n$	$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, k = 1, 2, \dots, n$
	$C_{r_1} = \frac{\alpha_1 r}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1}$	$L_{r_1} = \frac{\alpha_1 R_1 r}{\omega_1 - \omega_{-1}}$
	$C_{r_n} = \frac{\alpha_n}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2}$	$L_{r_n} = \frac{\alpha_n R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}}$
	$L_{12} = \sqrt{\frac{\alpha_2 L_{r_2} R_1}{(\omega_1 - \omega_{-1}) r}}$	$C_{12} = \sqrt{\frac{\alpha_2 C_{r_2}}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1 r}}$
	$L_{k, k+1} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_{-1}} \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1} L_{r_k} L_{r_{k+1}}},$ $k = 2, 3, \dots, n-2$	$C_{k, k+1} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_{-1}} \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1} C_{r_k} C_{r_{k+1}}},$ $k = 2, 3, \dots, n-2$
$L_{n-1, n} = \sqrt{\frac{\alpha_{n-1} L_{r_{n-1}} R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}}}$	$C_{n-1, n} = \sqrt{\frac{\alpha_{n-1} C_{r_{n-1}}}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2}}$	
$L_1 = \frac{L_{12} L_{r_1}}{L_{12} - L_{r_1}}$	$C_1 = \frac{C_{12} C_{r_1}}{C_{12} - C_{r_1}}$	

помощью $(n+1)$ инверторов, т. е. отличаются от схем рис. 3.1а — 3.1г наличием инверторов на входе и выходе. Это дает возможность свободного выбора всех кон-

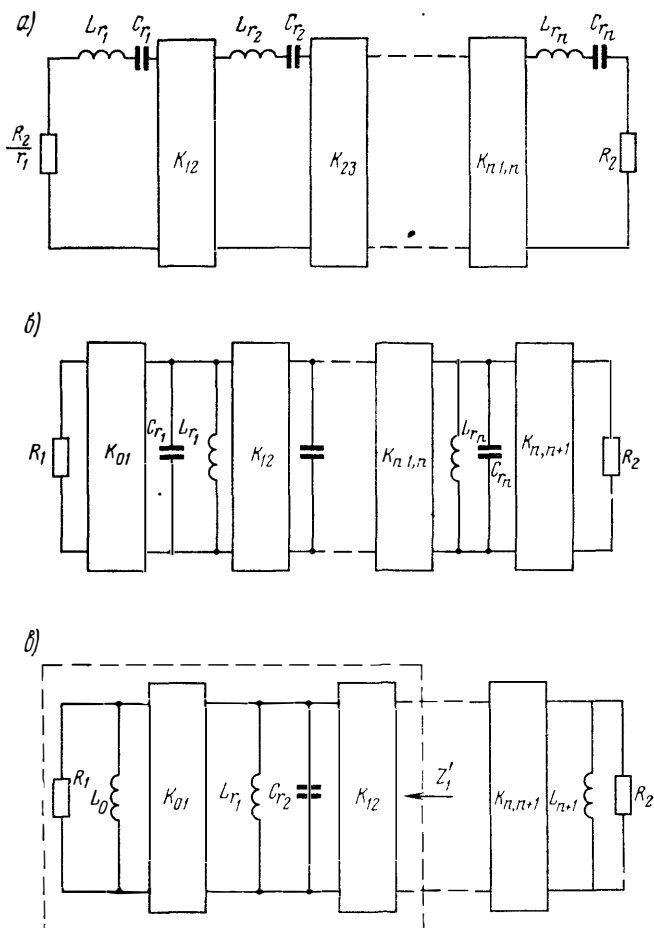


Рис. 3.3. Введение инверторов в схему полосового фильтра

туров фильтров с оптимальным, с точки зрения добротности, волновым сопротивлением. Рассмотрим вывод формул для схемы рис. 3.1е. С помощью $(n+1)$ инверторов из исходной схемы рис. 3.2б получаем схему, изображенную на рис. 3.3б.

Описанным выше способом из условий эквивалентности схем рис. 3.2б и 3.3б определяются соотношения между элементами обеих схем и значения K инверторов. В данном случае целесообразно выбрать схему инвертора рис. 1.10в.

Однако при замене идеальных инверторов схемой рис. 1.10в на входе и выходе фильтра появятся отрицательные индуктивности. Этого можно избежать, используя искусственный прием, состоящий в подключении параллельно сопротивлениям R_1 и R_2 положительных индуктивностей L_0 и L_{n+1} , как показано на рис. 3.3в.

Рассмотрим часть схемы рис. 3.3в, обведенную пунктиром, и сравним с соответствующей ей частью исходной схемы рис. 3.2б.

Определим входное сопротивление части схемы рис. 3.3в:

$$\begin{aligned} Z'_1 &= K_{12}^2 \left[\rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_1}} + \frac{R_1 \rho L_0}{K_{01}^2 (R_1 + \rho L_0)} \right] = \\ &= K_{12}^2 \left[\rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_1}} + \frac{(R_1 - \rho L_1) R_1 \rho L_0}{K_{01}^2 (R_1^2 + \omega^2 L_0^2)} \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

и схемы рис. 3.2б:

$$Z_1 = \rho L_1 + \frac{1}{\rho C_1} + \frac{R_2}{r} \quad (3.7)$$

Приравнявая члены ур-ний (3.6) и (3.7) с одинаковыми степенями ρ , получаем соотношения между элементами, при которых схемы эквивалентны:

$$K_{12}^2 = \frac{L_{r_1}}{C_1}; \quad (3.8)$$

$$\frac{R_2}{r} = K_{12}^2 \frac{R_1 \omega^2 L_0^2}{K_{01}^2 (R_1^2 + \omega^2 L_0^2)}; \quad (3.9)$$

$$L_1 = K_{12}^2 \left[C_{r_1} + \frac{L_0 R_1^2}{K_{01}^2 (R_1 + \omega^2 L_0^2)} \right]. \quad (3.10)$$

Из выражений (3.1), (3.8) и (3.9) определяем K_{01} и L_{01} , принимая $\omega = \omega_0$:

$$\begin{aligned} K_{01} &= \omega_0^2 L_0 \sqrt{\frac{L_{r_1} \alpha_1 R_1 r}{(\omega_1 - \omega_{-1})(R_1^2 + \omega_0^2 L_0^2)}}; \\ L_{01} &= \omega_0 L_0 \sqrt{\frac{L_{r_1} \alpha_1 R_1 r}{(\omega_1 - \omega_{-1})(R_1^2 + \omega_0^2 L_0^2)}}. \end{aligned} \quad (3.11a)$$

Из выражений (3.8), (3.10) и (3.11a) получаем

$$L_{r_1} C_{r_1} \omega_0^2 = 1 - \frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1^2}{\omega_0^2 L_0 \alpha_1 R_2}.$$

Аналогично находятся выражения для $L_{n, n+1}$ и $L_{r_n} C_{r_n}$:

$$L_{n, n+1} = \omega_0 L_{n+1} \sqrt{\frac{L_{r_n} \alpha_n R_2}{(\omega_1 - \omega_{-1}) (R_2^2 + \omega_0^2 L_{n+1}^2)}};$$

$$L_{r_n} C_{r_n} \omega_0^2 = 1 - \frac{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2}{\omega_0^2 L_{n+1} \alpha_n}.$$

Индуктивности L_0 и L_{n+1} выбираются так, чтобы удовлетворялись неравенства:

$$L_0 - L_{01} > 0;$$

$$L_{n+1} - L_{n, n+1} > 0.$$

В этом случае схема фильтра не содержит отрицательных элементов. При $L_0 = L_{01}$ и $L_{n+1} = L_{n, n+1}$ схема фильтра не будет содержать индуктивностей, шунтирующих нагрузки, и становится такой, как показано на рис. 3.1e.

После подстановки $L_0 = L_{01}$ в выражение (3.11a) и решения его относительно L_{01} получаем

$$L_{01} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 L_{r_1} \alpha_1 R_1 r}{\omega_1 - \omega_{-1}}} - R_1^2.$$

Подставляя $L_0 = L_{01}$ в выражение (3.10) и решая его относительно ω_0 , получаем

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_{r_1} C_{r_1}} \left[1 - \frac{L_{r_1} R_1^2}{L_{01} (R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)} \right].$$

Обозначим через L'_{r_1} индуктивность контура с резонансной частотой ω_0 , представляющую собой параллельное соединение положительной индуктивности L_{r_1} и отрица-

тельной $\frac{L_{01} (R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)}{R_1^2}$:

$$L'_{r_1} = \frac{1}{\frac{1}{L_{r_1}} - \frac{R_1^2}{L_0 (R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)}}.$$

При замене инвертора K_{01} схемой рис. 1.10в появляется отрицательная индуктивность L_{01} , параллельная L_{r_1} . Результирующая индуктивность L_{01} определяется из соотношения

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L_{r_1}} - \frac{1}{L_{01}} = \frac{1}{L'_{r_1}} + \frac{R_1^2}{L_0 (R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)} -$$

$$- \frac{1}{L_{01}} = \frac{1}{L'_{r_1}} - \frac{1}{L'_{01}}.$$

Определяем $L'_{01} = L_{01} + \frac{R_1^2}{\omega_0^2 L_{01}}$.

Совершенно аналогично получаем значения элементов фильтра на выходе (штрихи у L_{rn} , так же как и в табл. 3.2, опускаются):

$$L_{n,n+1} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 L_{rn} \alpha_n R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}} - R_2^2};$$

$$L'_{n,n+1} = \left(1 + \frac{R_2^2}{\omega_0^2 L_{n,n+1}^2}\right) L_{n,n+1}; \quad L_{rn} C_{rn} = \frac{1}{\omega_0^2};$$

$$\frac{1}{L_n} = \frac{1}{L_{rn}} - \frac{1}{L'_{n+1,n}}.$$

В табл. 3.2 приведены формулы для расчета элементов всех схем фильтров, изображенных на рис. 3.1. Для схем 3 1а — 3 1з существуют ограничения при выборе элементов крайних контуров, связанные с положительностью элементов схем. Эти ограничения легко можно вывести из выражений для крайних элементов (C_{01} и L_{01} , $C_{n,n+1}$ и $L_{n,n+1}$):

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_1 \Delta \omega}{\omega_0^2 r \alpha_1} < L_{r_1} < \frac{R_1 r \alpha_1}{\Delta \omega}; \\ \frac{R_2 \Delta \omega}{\omega_0^2 \alpha_n} < L_{rn} < \frac{R_2 \alpha_n}{\Delta \omega}. \end{aligned} \right| \quad (3.12)$$

Вследствие неидеальности преобразователей сопротивления (зависимости K от частоты) функции передачи полученных схем будут отличаться от функции передачи исходного полиномиального фильтра, причем тем более, чем шире полоса пропускания фильтра и больше рас-

стройка от ω_0 Функция передачи исходного полиномиального фильтра n -го порядка имеет n нулей при $\omega=0$ и столько же при $\omega=\infty$

Функции передачи схем рис 3 1 характеризуются другим расположением нулей, например, схемы 3 1а и 3 1в имеют $(2n-1)$ нулей при $\omega=0$ и один нуль при $\omega=\infty$

Для схем фильтров рис 3 1а, в, д, ж можно использовать приближенное частотное преобразование [89], связывающее частотную характеристику затухания фильтров с характеристикой затухания НЧ прототипа

$$\Omega = \frac{2 - \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{1}{2 - \omega_0/\omega}}{2 - \frac{\omega_0}{\omega_1} - \frac{1}{2 - \omega_0/\omega_1}}, \quad (3\ 13)$$

где

$$\omega_0 = \omega_{-1} + \omega_1 - \sqrt{(\omega_1 - \omega_{-1})^2 + \omega_{-1}\omega_1} \quad (3\ 13а)$$

Частотная характеристика затухания фильтров рис 3 1б, г, е, з получается из характеристики прототипа при

$$\Omega = \frac{2 - \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{2 - \omega/\omega_0}}{2 - \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{1}{2 - \omega_1/\omega_0}}, \quad (3\ 14)$$

где

$$\omega_0 = \frac{\omega_{-1} \omega_1}{\omega_{-1} + \omega_1 - \sqrt{(\omega_1 - \omega_{-1})^2 + \omega_{-1}\omega_1}}$$

Выражения (3 13) и (3 14) — приближенные, и область применения их ограничена Из выражений (3 13) и (3 14) следует, что коэффициенты передачи квазиполиномиальных фильтров на частотах $\omega = 0,5\omega_0$ и $\omega = 2\omega_0$ (соответственно) равны нулю, что противоречит действительности Поэтому выражения (3 13) и (3 14) не могут применяться на частотах $\omega < 0,7\omega_0$ и $\omega > 1,4\omega_0$ (соответственно)

влияние диссипативных потерь

При синтезе полиномиальных фильтров для учета влияния диссипативных однородных потерь на характеристики фильтров широко применяется метод предыскажений Он основан, как известно, на том, что функция передачи полиномиального фильтра, состоящего из ре-

альных индуктивностей и емкостей с одинаковыми добротностями (однородные потери), отличается от функции передачи такого же фильтра, но с идеальными элементами только постоянным множителем и сдвигом всех полюсов и нулей функции передачи фильтра влево в комплексной плоскости p на величину декремента затухания

$$\delta = r_L/L = 1/r_c C.$$

В [80] даются значения «предысказанных» элементов НЧ прототипов для различных величин потерь и минимальное затухание в полосе пропускания $a_{\text{мин}}$. Эти «предысказанные» значения элементов НЧ прототипов и используются при переходе к схемам квазиполиномиальных фильтров с помощью формул, приведенных в табл. 3.2. В том случае, когда не предъявляется жестких требований к форме характеристики затухания в полосе пропускания (например, для узкополосных фильтров), целесообразнее учет потерь производить не на этапе аппроксимации, а на этапе реализации фильтров, т. е. рассчитывать фильтр без учета потерь в элементах. При этом можно получить существенный выигрыш по затуханию на средней частоте полосы пропускания. Рассматриваются фильтры с характеристикой Баттерворта и Чебышева (при n -нечетном).

С помощью обратного реактансного преобразования частоты от схемы полосового полиномиального и квазиполиномиального фильтра на средней частоте пропускания ω_0 можно перейти к исходной схеме НЧ прототипа при $\Omega=0$, показанной на рис. 3.4.

Сопровителения последовательных ветвей определяются из выражения

$$r_{\alpha_i} = \delta \alpha_i, \quad (3.15)$$

а проводимости шунтирующих ветвей

$$g_{\alpha_k} = \delta \alpha_k, \quad (3.16)$$

где α_i — индуктивные элементы НЧ прототипа; α_k — емкостные элементы НЧ прототипа, δ — потери в элементах фильтра, причем,

$$\delta = f_0/\Delta f Q,$$

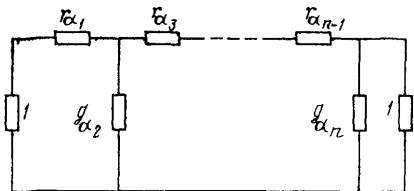


Рис. 3.4. Схема полиномиального НЧ прототипа при нулевой частоте

где Q — добротность контуров (резонаторов) полосового фильтра; Δf — ширина полосы пропускания полосового фильтра.

Континуант схемы, изображенной на рис. 3.4, выражается как

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 + r_{\alpha 1} & 1 & & & \\ -1 & g_{\alpha 2} & 1 & & \\ & -1 & r_{\alpha 3} & 1 & \\ & & -1 & g_{\alpha 4} & 1 \\ \hline & & & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Учитывая правила вычисления континуанта лестничной цепи и пренебрегая малыми величинами второго и более высоких порядков, получим

$$\Delta \approx (r_{\alpha 1} + g_{\alpha 2} + r_{\alpha 3} + g_{\alpha 4} + \dots + g_{\alpha n}) + 2.$$

Рабочий коэффициент передачи определяется из выражения

$$H = \frac{2}{\Delta} = \frac{1}{\frac{r_{\alpha 1} + g_{\alpha 2} + r_{\alpha 3} + \dots + g_{\alpha n}}{2} + 1}, \quad (3.17)$$

а рабочее затухание

$$\begin{aligned} a &= 20 \lg \left(1 + \frac{r_{\alpha 1} + g_{\alpha 2} + r_{\alpha 3} + \dots + g_{\alpha n}}{2} \right) \cong \\ &\cong 8,7 \cdot \frac{r_{\alpha 1} + g_{\alpha 2} + r_{\alpha 3} + \dots + g_{\alpha n}}{2}, \end{aligned}$$

поскольку $\frac{r_{\alpha 1} + g_{\alpha 2} + r_{\alpha 3} + \dots + g_{\alpha n}}{2} \ll 1$ (при малых потерях).

Подставляя (3.15) и (3.16) в (3.17), получаем (в децибелах)

$$a = 4,35\delta \sum_{i=1}^n \alpha_i. \quad (3.18)$$

Формулу (3.18) можно использовать при затуханиях $\alpha_0 \leq 2n$, где n — число резонансных контуров, при этом ошибка не превышает 5%.

Покажем это на примере. Из ф-лы (3.18) затухание фильтра третьего порядка с характеристикой Баттерворта (рассчитанного без учета потерь) при $\delta = 0,35$ на средней частоте составляет: $\alpha_0 = 4,35 \cdot 0,35 (1 + 2 + 1) =$

$= 6,09$ дБ. Определим точное затухание схемы. Континуант схемы:

$$\begin{aligned} \Delta &= (1 + r_{\alpha 1}, g_{\alpha 2}, r_{\alpha 3}, 1) = r_{\alpha 1} g_{\alpha 2} r_{\alpha 3} + \\ &+ (r_{\alpha 1} g_{\alpha 2} + g_{\alpha 2} r_{\alpha 3}) + (r_{\alpha 1} + g_{\alpha 2} + r_{\alpha 3}) + 2 = \\ &= \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \delta^3 + (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_3) \delta^2 + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \delta + 2 = 3,9736; \\ a_0 &= 20 \lg \frac{3,9736}{2} = 5,92 \text{ дБ.} \end{aligned}$$

Ошибка при вычислении по ф-ле (3.18) составила, таким образом, 0,17 дБ или 3%. Этот же самый фильтр, рассчитанный с учетом потерь (с помощью предыскажений), будет иметь затухание на средней частоте 11,14 дБ.

3.4. Погрешность квазиполиномиального метода

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕИДЕАЛЬНОСТИ ИНВЕРТОРОВ ЧЕРЕЗ ОТКЛОНЕНИЯ СХЕМНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОТ НОМИНАЛОВ

Неидеальность преобразователей сопротивлений, с помощью которых осуществляется переход от схем полюсовых фильтров с полиномиальной функцией передачи к квазиполиномиальным схемам (зависимость коэффициента инверсии K от частоты), можно представить через отклонения элементов полиномиальной схемы, а затем схемы НЧ прототипа от номинальных значений.

Схемы, изображенные на рис. 3.2б и 3.3а, эквивалентны вне зависимости от ширины полосы пропускания и расстройки от ω_0 при условии выполнения следующих соотношений между элементами:

$$\begin{aligned} & L_1 = L_{r1}; \quad C_1 = C_{r1} \\ & \left. \begin{aligned} C_k &= L_{rk} \frac{K_{23}^2 K_{45}^2 \dots K_{k-2, k-1}^2}{K_{12}^2 K_{34}^2 \dots K_{k-1, k}^2} \\ L_k &= C_{rk} \frac{K_{12}^2 K_{34}^2 \dots K_{k-1, k}^2}{K_{23}^2 K_{45}^2 \dots K_{k-2, k-1}^2} \end{aligned} \right\} k - \text{четное;} \\ & \left. \begin{aligned} L_k &= L_{rk} \frac{K_{12}^2 K_{34}^2 \dots K_{k-2, k-1}^2}{K_{23}^2 K_{45}^2 \dots K_{k-1, k}^2} \\ C_k &= C_{rk} \frac{K_{23}^2 K_{45}^2 \dots K_{k-1, k}^2}{K_{12}^2 K_{34}^2 \dots K_{k-2, k-1}^2} \end{aligned} \right\} k - \text{нечетное;} \end{aligned}$$

$$R_2 = R_n \frac{K_{12}^2 K_{34}^2 \cdots K_{n-2, n-1}^2}{K_{23}^2 K_{45}^2 \cdots K_{n-1, n}^2}, \quad n - \text{нечетное};$$

$$R_2 = \frac{1}{R_n} \frac{K_{12}^2 K_{34}^2 \cdots K_{n-1, n}^2}{K_{23}^2 K_{45}^2 \cdots K_{n-2, n-1}^2}, \quad n - \text{четное}.$$

Используя неидеальный инвертор (рис. 1.10б), схема которого обладает свойствами инвертора в узкой полосе частот, получим схему полосового фильтра (рис. 3.1з).

Подставив в (3.2) значение коэффициента модуля передаточного сопротивления выбранной схемы преобразователя $K=1/\omega C$, получим выражение для входного сопротивления схемы рис. 3.1з:

$$Z'_{\text{вх}} = \rho L_{r_1} + \frac{1}{\rho C_{r_1}} + \frac{1}{\omega^2 C_{12}^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\rho L_{r_1} + \frac{1}{\rho C_{r_1}} + \frac{1}{\omega^2 C_{23}^2} \left(\rho L_{r_1} + \frac{1}{\rho C_{r_1}} \cdots \frac{1}{\omega^2 C_{n-1, n}^2} \left(\rho L_{r_n} + \frac{1}{\rho C_{r_n}} + R_2 \right) \right) \right].$$

(3.19)

Сравним выражения (3.3) и (3.19). Для наглядности результаты сведем в табл. 3.3.

Из табл. 3.3 следует, что при соблюдении определенных соотношений между элементами нечетные контуры полиномиальной и квазиполиномиальной схемы эквивалентны на всех частотах, а четные контуры эквивалентны только при $\omega = \omega_0$. Принимая во внимание последнее условие, выразим проводимость четного контура квазиполиномиальной схемы через элементы полиномиальной схемы:

$$Y'_{2k} = \rho \frac{\omega^2}{\omega_0^2} C_{2k} + \frac{1}{\rho \frac{\omega_0^2}{\omega^2} L_{2k}}, \quad (3.20)$$

где Y'_{2k} — проводимость четного контура квазиполиномиальной схемы.

При четном порядке фильтра сопротивление нагрузки квазиполиномиального фильтра можно выразить через сопротивление полиномиальной схемы:

$$R'_2 = \frac{\omega_0^2 R_2}{\omega^2}. \quad (3.21)$$

Условия эквивалентности схем рис. 3.26 и 3.1г

№ контура	Сопротивление или проводимость в схеме		Условия эквивалентности	Примечания
	рис. 3.26	рис. 3.1г		
1	$\rho L_1 + \frac{1}{\rho C_1}$	$\rho L_{r1} + \frac{1}{\rho C_{r1}}$	$L_1 = L_{r1}; C_1 = C_{r1}$	$0 \leq \omega \leq \infty$
2	$\rho C_2 + \frac{1}{\rho L_2}$	$\rho \omega^2 C_{12}^2 L_{r2} + \frac{\omega^2 C_{12}^2}{\rho C_{r2}}$	$C_2 = L_{r2} \omega_0^2 C_{12}^2$ $L_2 = \frac{C_{r2}}{\omega_0^2 C_{12}^2}$	$\omega = \omega_0$
3	$\rho L_3 + \frac{1}{\rho C_3}$	$\rho \frac{L_{r3} C_{23}^2}{C_{12}^2} + \frac{C_{23}^2}{\rho C_{r3} C_{12}^2}$	$L_3 = \frac{L_{r3} C_{23}^2}{C_{12}^2}$ $C_3 = \frac{C_{r3} C_{12}^2}{C_{23}^2}$	$0 \leq \omega \leq \infty$

№ контура	Сопrotивление или проводимость в схеме		Условия эквивалентности	Примечания
	рис. 3.26	рис. 3.12		
n — четное	$\rho C_n + \frac{1}{\rho L_n} + \frac{1}{R_2}$	$\rho \frac{L_{rn} \omega^2 C_{12}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{23}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2} +$ $+ \frac{\omega^2 C_{12}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{\rho C_{rn} C_{23}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2} +$ $+ R_n \frac{\omega^2 C_{12}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{23}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}$	$C_n = L_{rn} \frac{\omega_0^2 C_{12}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{23}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}$ $L_n = C_{rn} \frac{C_{23}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}{\omega_0^2 C_{12}^2 \dots C_{n-1, n}^2}$ $R_2 = \frac{C_{23}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}{R_n \omega_0^2 C_{12}^2 \dots C_{n-1, n}^2}$	$\omega = \omega_0$
n — нечетное	$\rho L_n + \frac{1}{\rho C_n} + R_2$	$\rho L_{rn} \frac{C_{23}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{12}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2} +$ $+ \frac{C_{23}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{\rho C_{rn} C_{12}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2} +$ $+ R_n \frac{C_{23}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{12}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}$	$L_n = \frac{L_{rn} C_{23}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{12}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}$ $C_n = \frac{C_{rn} C_{12}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}{C_{23}^2 \dots C_{n-1, n}^2}$ $R_2 = \frac{R_n C_{23}^2 \dots C_{n-1, n}^2}{C_{12}^2 \dots C_{n-2, n-1}^2}$	$0 \leq \omega < \infty$

Обозначим

$$\omega = \omega_0 + \delta, \quad (3.22)$$

где δ — расстройка относительно средней частоты полосы пропускания.

Подставив (3.22) в (3.20) и (3.21), получим:

$$\begin{aligned} Y'_{2k} &= \rho \frac{(\omega_0 + \delta)^2}{\omega_0^2} C_{2k} + \frac{1}{\rho \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 + \delta)^2} L_{2k}} = \\ &= \rho C_{2k} \left(1 + \frac{2\delta}{\omega_0} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) + \frac{\left(1 + \frac{2\delta}{\omega_0} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right)}{\rho L_{2k}}; \\ R'_2 &= \frac{R_2}{\left(1 + \frac{2\delta}{\omega_0} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right)}. \end{aligned}$$

Таким образом, влияние неидеальности инверторов на характеристики фильтра проявляется так же, как параллельное подключение к емкостям четных контуров полиномиальной схемы двух частотнозависимых емкостей, а к индуктивностям четных контуров — двух частотнозависимых индуктивностей.

При четном n неидеальность инверторов, кроме того, выражается в параллельном подключении к нагрузочному сопротивлению двух активных частотнозависимых сопротивлений. Схемы полиномиальных фильтров с элементами, отклоняющимися от номиналов, представлены на рис. 3.5 (a — для нечетных n ; b — для четных).

Резонансная частота параллельных контуров схем рис. 3.5, как нетрудно убедиться, остается равной ω_0 , а волновое сопротивление

$$\rho'_{2k} = \sqrt{\frac{L_{rk}}{C_{rk}}} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = \frac{\rho_{2k}}{\left(1 + \frac{\delta}{\omega_0} \right)^2}.$$

Таким образом, неидеальность преобразователей сопротивлений проявляется в частотной зависимости волнового сопротивления параллельных контуров, а также в появлении изменяющегося с частотой активного сопротивления, включенного параллельно с нагрузкой в схемах с четным n . От квазиполиномиальных схем рис. 3.5а, б с помощью преобразования частоты, обратного (2.53),

можно перейти к НЧ прототипам. При этом все нечетные (последовательные) контуры схем рис. 3.5 превращаются в индуктивности прототипа $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5 \dots$

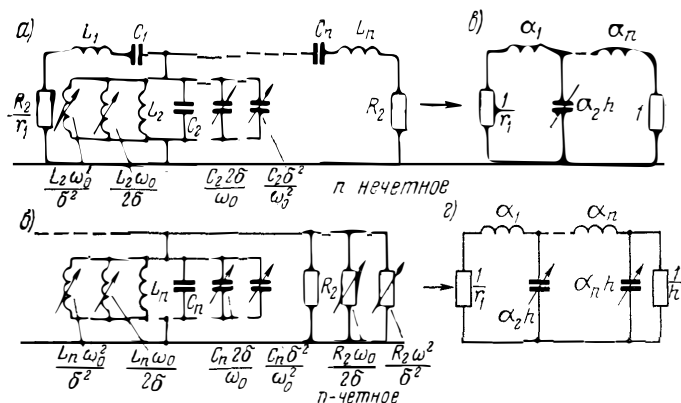


Рис 3.5. Обратный переход от квазиполиномиальных фильтров к НЧ прототипам с частотнозависимыми емкостями

Решение ур-ния (2.53) относительно ω после подстановки $p = i\omega$, $p = i\Omega$, $\omega_0 = 2\pi \sqrt{f_1 f_{-1}}$, $\Delta\omega = 2\pi (f_1 - f_{-1})$ имеет вид

$$\omega_{1,2} = \frac{\Omega\Delta\omega}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega^2\Delta\omega^2}{4} + \omega_0^2}. \quad (3.23)$$

В выражении (3.23) знак «+» соответствует положительным ω , а знак «-» — отрицательным ω . Например, если $\omega_0 = 1$, $\Delta\omega = 0,1$ согласно преобразованию (2.53) $\omega = 2$ соответствует $\Omega = 15$, а $\omega = 0,5$ — нормированной частоте $\Omega = -15$ (т. е. частоты $\omega > \omega_0$ соответствуют $\Omega > 0$, а частоты $\omega < \omega_0$ соответствуют $\Omega < 0$). Согласно обратному преобразованию (3.23) $\Omega = 15$ соответствуют $\omega_1 = +2$ и $\omega_2 = -0,5$. Взаимное соответствие положительных и отрицательных частот прототипа и полосового фильтра показано на рис. 3.6.

Так как при проектировании фильтров используются только положительные значения частот, в выражении (3.23) учитывается только знак «+».

Подставляя (3.23) в выражение для проводимости четного контура (3.20) и принимая во внимание (3.1), получим

$$Y_{2k} = i \Omega \alpha'_{2k} = i \Omega \alpha_{2k} h,$$

$$\text{где } h = \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \left(\pm \frac{\Omega \Delta \omega}{2\omega_0} + \sqrt{\frac{\Omega^2 \Delta \omega^2}{4\omega_0^2} + 1} \right)^2. \quad (3.24)$$

причем знак «+» соответствует частотам $\omega > \omega_0$; знак «-» соответствует частотам $\omega < \omega_0$.

Сопротивление нагрузки прототипа при четном порядке фильтра выражается в виде

$$r'_2 = 1/h \quad (3.25)$$

Таким образом, квазиполиномиальная схема рис. 3.1г в результате обратного преобразования частоты превращается в НЧ прототип (назовем его условным прототипом) с частотнозависимыми емкостями и при четном порядке фильтра — с частотнозависимой нагрузкой.

В табл. 3.4 показаны условные прототипы, соответствующие схемам квазиполиномиальных фильтров рис. 3.1.

Из рассмотрения выражений (3.24) следует, что:

а) при $\Omega = 0$ $\alpha'_{2k} = \alpha_{2k}$, т. е. нет отличия от обычного НЧ прототипа,

б) при $\Omega = \pm 1$

$$\alpha'_{2k} = \alpha_{2k} \left(\frac{\Delta \omega}{2\omega_0} + \sqrt{\frac{\Delta \omega^2}{4\omega_0^2} + 1} \right)^2 \quad \text{для } \omega = \omega_1,$$

$$\alpha'_{2k} = \alpha_{2k} \left(-\frac{\Delta \omega}{2\omega_0} + \sqrt{\frac{\Delta \omega^2}{4\omega_0^2} + 1} \right)^2 \quad \text{для } \omega = \omega_{-1};$$

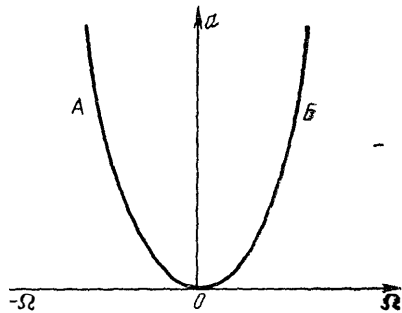
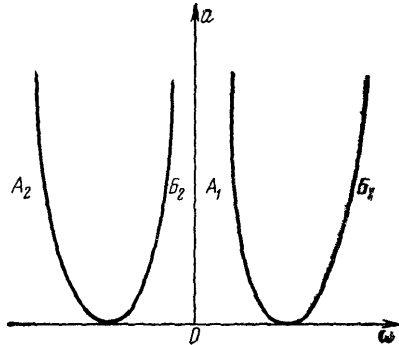
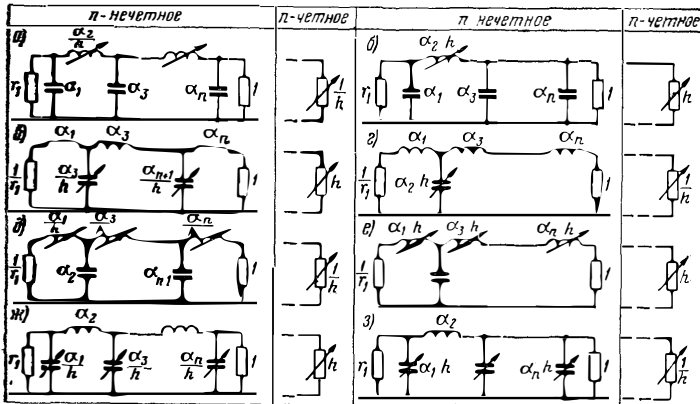


Рис. 3.6 Взаимное соответствие характеристик затухания ФНЧ и полюсового фильтра

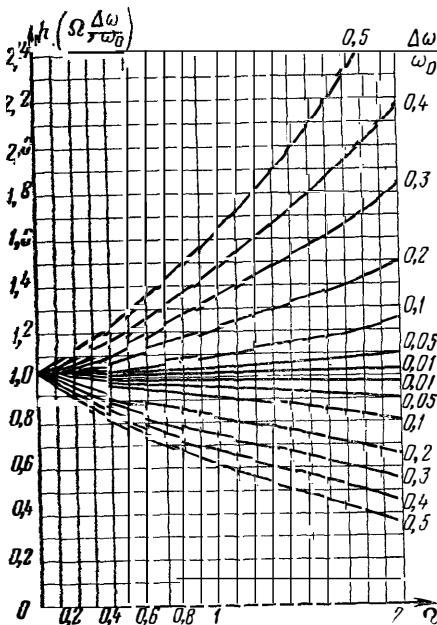
Условные прототипы для схем рис. 3.1



в) при $\Omega = \pm \infty$

$$\alpha'_{2k} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \alpha_2 \left(\frac{\Omega \Delta \omega}{\omega_0} \right)^2 = \infty \quad \text{для } \omega = \infty,$$

$$\alpha'_{2k} = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \alpha_2 (\Omega - \Omega)^2 = 0 \quad \text{для } \omega = 0.$$



Отсюда видна несимметричность частотной характеристики затухания относительно ω_0 , возрастающая с увеличением ширины полосы пропускания $\Delta \omega$ и расстройки относительно ω_0 . На рис. 3.7 показаны кривые $h = \frac{\alpha'_{2k}}{\alpha_{2k}} = f\left(\Omega; \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)$, построенные по (3.24) для $0 < \Omega < 2$.

Кривые рис. 3.7 дают возможность легко определить предельную

Рис. 3.7. Зависимость коэффициента h от частоты

ширину полосы пропускания и расстройку, при которых отклонения элементов от номиналов не превышают заранее установленной величины (1%, 2% и т. д.). В свою очередь, это позволяет в первом приближении определить пределы применимости квазиполиномиальной методики расчета для каждого конкретного случая.

ПОГРЕШНОСТИ КВАЗИПОЛИНОМИАЛЬНОГО МЕТОДА

Исследуя схемы условных прототипов с частотнозависимыми элементами, можно установить, что их частотные характеристики рабочего затухания могут существенно отличаться от полиномиальных как в полосе задерживания, так и в полосе пропускания.

Неоднозначная зависимость множителя h от частоты (3.24) приводит к тому, что для каждой величины $\Delta\omega/\omega_0$ получаются две частотные характеристики затухания прототипа, одна из которых расположена выше (для $\omega > \omega_0$), а другая ниже (для $\omega < \omega_0$) характеристики затухания прототипа.

В результате характеристика затухания квазиполиномиального фильтра оказывается смещенной относительно средней частоты полосы пропускания полиномиального фильтра, причем тем более, чем больше $\Delta\omega/\omega_0$. Характеристика затухания прототипа с частотнозависимыми элементами в полосе пропускания имеет бóльшую неравномерность, чем полиномиальный прототип, и в случае чебышевской характеристики утрачивает изоэкстремальность.

Определим отклонение частотной характеристики рабочего затухания квазиполиномиального фильтра от затухания полиномиального фильтра, используя представление квазиполиномиального фильтра в виде НЧ прототипа с частотнозависимыми элементами.

Рассмотрим континуанты схем НЧ прототипа (рис. 3.2а):

$$\Delta = \left(\frac{1}{r_1} + p a_1 - \frac{1}{r_2} \right) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots$$

$$\dots + a_1 p + a_0$$

и схем рис. 3.5в, г:

$$\Delta' = \left(\frac{1}{r_1} + p a_1 - \frac{1}{r_2} \right) =$$

$$= a'_n p^n + a'_{n-1} p^{n-1} + a'_{n-2} p^{n-2} + \dots + a'_1 p + a'_0, \quad (3.25)$$

где

$$a_0 = 1 + \frac{1}{r_1 r_2},$$

а коэффициенты $a_k = f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, r_1, r_2)$ находятся из выражений:

$$\left. \begin{aligned} a_k &= \frac{a_{1k}}{r_2} + \frac{a_{2k}}{r_1} \quad \text{для } k \text{ — нечетного;} \\ a_k &= a_{1k} + \frac{a_{2k}}{r_1 r_2} \quad \text{для } k \text{ — четного,} \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

причем a_{1k} и a_{2k} представляют собой сумму произведений всех возможных сочетаний из n элементов по k , составленных при соблюдении следующих правил:

— в a_{1k} первым элементом должен быть элемент с нечетным индексом;

— в a_{2k} первым элементом должен быть элемент с четным индексом;

— элементы с четными и нечетными индексами должны чередоваться;

— элементы должны быть расположены в порядке возрастания индексов.

Коэффициенты $a'_k = f(\alpha_1, \alpha'_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n, r_1, r'_2)$ отличаются от коэффициентов a_k наличием множителей $\alpha'_{2i} = \alpha_{2i} h$ (где $i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}$) и $r'_2 = \frac{1}{h}$ (при n -четном). Например, при n -нечетном:

$$\left. \begin{aligned} a'_n &= \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \dots \alpha_{n-1} \alpha_n h^{\frac{n-1}{2}}}{r_2} = a_n h^{\frac{n-1}{2}}; \\ a'_{n-1} &= \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_{n-1} h^{\frac{n-1}{2}} + \frac{\alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n h^{\frac{n-1}{2}}}{r_1 r_2} = a_{n-1} h^{\frac{n-1}{2}}; \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

при n -четном:

$$a'_{n-1} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{n-1} h^{\frac{n-2}{2}}}{\frac{1}{h}} + \frac{\alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n h^{\frac{n}{2}}}{r_1} = a_{n-1} h^{\frac{n}{2}}; \quad (3.28)$$

$$a'_n = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n h^{\frac{n}{2}} = a_n h^{\frac{n}{2}}.$$

Рабочий коэффициент передачи схем 3.5в, g определяется из выражений:

$$H' = \frac{2}{\Delta' \sqrt{r_2' r_1}} = \frac{2}{(a_n' \rho^n + a_{n-1}' \rho^{n-1} + \dots + a_1' \rho + a_0') \sqrt{r_2' r_1}} \quad \text{для } n - \text{четного}; \quad (3.29)$$

$$H' = \frac{2}{(a_n' \rho^n + a_{n-1}' \rho^{n-1} + \dots + a_1' \rho + a_0) \sqrt{r_1}} \quad \text{для } n - \text{нечетного} \quad (3.30)$$

Отклонение рабочего затухания условного прототипа с частотнозависимыми элементами от затухания полиномиального прототипа определяется из выражения

$$\Delta a = 10 \lg \left| \frac{H}{H'} \right|^2 = 10 \lg \frac{|a_n' \rho^n + a_{n-1}' \rho^{n-1} + \dots + a_1' \rho + a_0'|^2}{|a_n \rho^n + a_{n-1} \rho^{n-1} + \dots + a_1 \rho + a_0|^2} \quad (3.31)$$

для n — нечетного;

$$\Delta a = 10 \lg \frac{|a_n' \rho^n + a_{n-1}' \rho^{n-1} + \dots + a_1' \rho + a_0'|^2}{|a_n \rho^n + a_{n-1} \rho^{n-1} + \dots + a_1 \rho + a_0|^2} \quad \text{для } n - \text{четного}. \quad (3.32)$$

Для определения Δa в глубокой полосе задерживания, т. е. при $h > 1$ ($\omega > \omega_0$), ограничимся первыми членами полиномов (3.31) и (3.32). Подставляя (3.27) в (3.31) и (3.28) в (3.32), получаем

$$\Delta a \approx 20 \lg h^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.33)$$

или с учетом (3.24)

$$\Delta a \approx 20(n-1) \lg \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (3.34)$$

Из выражений (3.33) и (3.34) следует, что отклонение характеристики затухания в полосе задерживания квазиполиномиального фильтра от характеристики полиномиального зависит не только от относительной ширины полосы пропускания и расстройки, но и от сложности фильтра.

Формулы для определения отклонения затухания всех схем рис. 3.1 в глубокой полосе задерживания от затухания полиномиальных фильтров сведены в табл. 3.5.

Формулы из табл. 3.5 можно использовать для определения затухания квазиполиномиальных фильтров вне

Формулы для схем рис. 3.1

Схемы рис. 3.1	а и в	б и г	д и ж	е и з
Δa	$20(n-1) \times$ $\times \lg \frac{\omega_0}{\omega}$	$20(n-1) \times$ $\times \lg \frac{\omega}{\omega_0}$	$20(n+1) \times$ $\times \lg \frac{\omega_0}{\omega}$	$20(n+1) \times$ $\times \lg \frac{\omega}{\omega_0}$

области применения преобразований (3.13) и (3.14) или для определения порядка фильтра по заданному затуханию.

На рис. 3.8 показаны характеристики затухания квазиполиномиальной схемы фильтра рис. 3.1д пятого по-

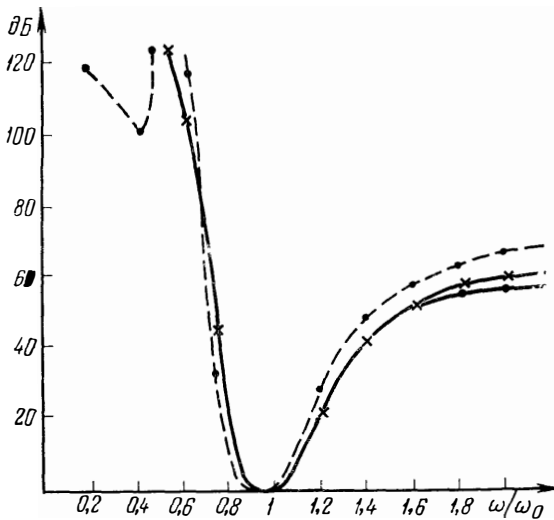


Рис. 3.8. Характеристики затухания квазиполиномиального фильтра Баттерворта пятого порядка, рассчитанные различным способом

рядка с характеристикой Баттерворта при $\omega_1/\omega_0=1,1$ и $\omega_{-1}/\omega_0=0,9$, рассчитанные на основании:

а) выражения для затухания, полученного с помощью представления фильтра через условный прототип (сплошная кривая);

б) выражения (3.13) (пунктирная кривая);

в) выражения для затухания прототипа с учетом поправки из табл. 3.5 (знак *). Затухание по п. а) определялось из выражения

$$a = 10 \lg [(a_0 - a_2 \Omega^2 + a_4 \Omega^4)^2 + (a_5 \Omega^5 - a_3 \Omega^3 + a_1 \Omega)^2],$$

где

$$a_0 = 1; \quad a_3 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_5 + \alpha_1 \alpha_4 \alpha_5 + \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5}{2h^2} + \frac{\alpha_2 \alpha_3 \alpha_4}{2h};$$

$$a_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5}{2h} + \frac{\alpha_2 + \alpha_4}{2}; \quad a_4 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5}{2h^2};$$

$$a_2 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_5 + \alpha_4 \alpha_5 + \alpha_3 \alpha_4}{2h};$$

$$a_5 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5}{2h^3}; \quad h = \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2.$$

Из рис. 3.8 следует, что формула из табл. 3.5 дает значительно лучшее приближение к точному затуханию квазиполиномиального фильтра в полосе задерживания, чем выражение (3.13), не только вне, но и в области применения этого выражения.

Влияние частотнозависимых элементов на характеристику затухания условного прототипа в полосе пропускания носит более сложный характер, так как в выражениях (3.31) и (3.32) приходится принимать во внимание все члены полиномов. При этом не удается получить простое выражение для Δa и целесообразно применение методов моделирования [84].

Используя представление квазиполиномиальной схемы через условный прототип, можно найти выражение для средней частоты полосы пропускания фильтра ω_0 , при котором затухание на граничных частотах полосы пропускания будет одинаковым. В случае схем рис. 3.5 для этого необходимо выполнение условий:

$$Z_{2k-1}(\omega_{-1}) = Z_{2k-1}(\omega_1) \quad (3.35)$$

и

$$Y_{2k}(\omega_{-1}) = Y_{2k}(\omega_1). \quad (3.36)$$

Условие (3.35) выполняется при

$$\omega'_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_{-1}}, \quad (3.37)$$

т. е. при совпадении средних частот полосы пропускания фильтра на связанных контурах и полиномиального фильтра.

Проводимость шунтирующих (четных) ветвей определяется из выражений (3.24). Подставляя выражения (3.24) в (3.36), получим

$$\frac{\omega''_0}{\Delta\omega} \left(\frac{\omega_1}{\omega''_0} - \frac{\omega''_0}{\omega_1} \right) \frac{\omega_1^2}{(\omega''_0)^2} = - \frac{\omega''_0}{\Delta\omega} \left(\frac{\omega_{-1}}{\omega''_0} - \frac{\omega''_0}{\omega_{-1}} \right) \frac{\omega_{-1}^2}{(\omega''_0)^2}, \quad (3.38)$$

где ω''_0 — средняя частота полосы пропускания квазиполиномиального фильтра, при которой выполняется условие (3.36). Решая (3.38) относительно ω''_0 , получим

$$\omega''_0 = \sqrt{\omega_1\omega_{-1} + \Delta\omega^2}.$$

Отсюда видно, что ω''_0 сдвинута относительно средней частоты полиномиального фильтра в сторону верхних частот, причем тем более, чем шире полоса пропускания фильтра. Таким образом, условия (3.35) и (3.36) несовместимы, так как их выполнение приводит к различным значениям средней частоты ω_0 . В качестве расчетной средней частоты следует выбрать среднюю геометрическую ω'_0 и ω''_0 :

$$\omega_0^2 = \omega'_0\omega''_0 = \omega_1\omega_{-1} \sqrt{1 + \frac{(\Delta\omega)^2}{\omega_1\omega_{-1}}}. \quad (3.39)$$

Выражение (3.39) можно применять при расчете схем на связанных контурах, имеющих большее затухание на частотах $\omega > \omega_0$ (рис. 3.1б, г, е, з).

Аналогично выводится выражение для средней частоты полосы пропускания для схем на связанных контурах, имеющих большее затухание на частотах $\omega < \omega_0$ (рис. 3.1а, в, д, ж).

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_1\omega_{-1}}{\sqrt{1 + \frac{(\Delta\omega)^2}{\omega_1\omega_{-1}}}}. \quad (3.40)$$

Из выражения (3.40) видно, что ω_0 для этих схем сдвинута относительно средней частоты полиномиального фильтра в сторону нижних частот, причем тем более, чем шире полоса пропускания фильтра.

На рис. 3.9а, б показаны характеристики затухания фильтров пятого порядка (схема рис. 3.1з) в полосе пропускания при $\Delta\alpha = 0,01$ дБ ($\rho = 5\%$), $\Delta\omega/\omega_0 = 20\%$ и $\Delta\omega/\omega_0 = 50\%$ (соответственно), полученные с помощью ЭВМ. При расчете характеристик фильтров было использовано выражение (3.39). Из рис. 3.9 видно совпадение затухания на граничных частотах полосы пропускания,

неравномерность (коэффициент отражения) в полосе пропускания составляет 0,037 дБ ($\rho=10\%$) и 0,087 дБ ($\rho=15\%$) соответственно.

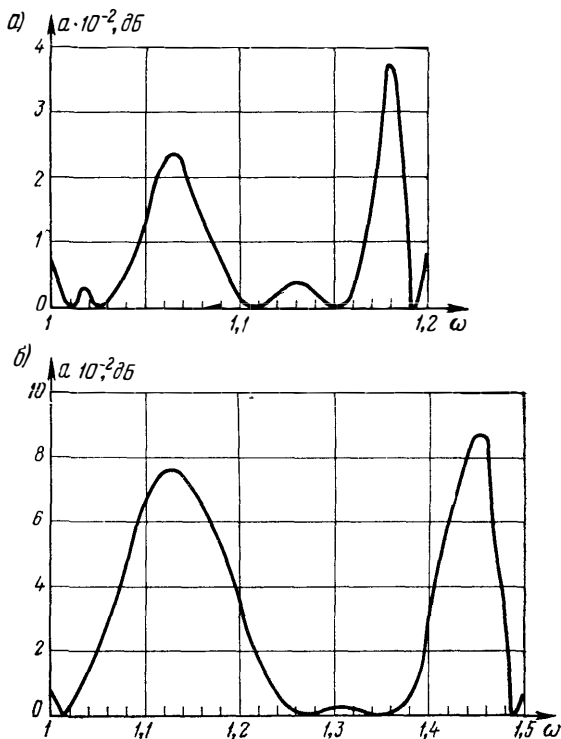


Рис. 3.9. Характеристики затухания квазиполиномиальных фильтров в полосе пропускания

Таким образом, фильтры, рассчитанные по квазиполиномиальной методике, характеризуются неизоекстремальностью характеристики затухания и большей неравномерностью (большим коэффициентом отражения) в полосе пропускания, чем исходный НЧ прототип, причем неравномерность возрастает с увеличением ширины полосы пропускания. Поэтому в том случае, когда к характеристике затухания или к коэффициенту отражения, что имеет особое значение для фильтров метрового и дециметрового диапазонов и вообще для СВЧ, предъявляются жесткие требования, целесообразно использование точного метода расчета фильтров, описываемого в § 3.6.

3.5. Фильтры с индуктивно-емкостными связями

Полосовые фильтры, состоящие из контуров, связанных емкостной или индуктивной связью, имеют частотную характеристику, несимметричную относительно ω_0 . В том случае, когда требуется характеристика затухания, симметричная относительно ω_0 , можно использовать схемы, состоящие из нечетного числа контуров, связанных как индуктивными, так и емкостными связями. Покажем, что коэффициент передачи таких схем с достаточной степенью точности совпадает с коэффициентом передачи полиномиальных полосовых фильтров.

Выбрав для фильтра рис 3.3а (при нечетном n) для инверторов $K_{12}, K_{23}, \dots, K_{\frac{n-1}{2}, \frac{n+1}{2}}$ схему рис 1.10г с коэффициентом инверсии

$K = \omega_0 L$, а в качестве инверторов $K_{\frac{n+1}{2}, \frac{n+3}{2}}, \dots, K_{n-1, n}$ — схему

рис. 1.10б с коэффициентом инверсии $K = 1/\omega_0 C$, получим схему полосового фильтра с индуктивными и емкостными связями, изображенную на рис 3.10а. Количество инверторов с $K = \omega_0 L$ должно

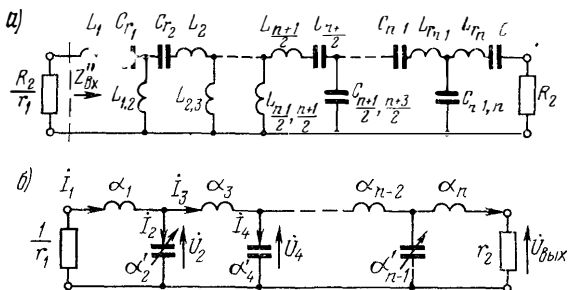


Рис. 3.10. Полосовой фильтр с емкостными и индуктивными связями (а) и соответствующий ему прототип с частотозависимыми элементами

быть равно количеству инверторов с $K = 1/\omega_0 C$, расположение же их может быть произвольным, коэффициент передачи фильтра остается при этом тем же (независимо от расположения инверторов). Подставив в (3.2) значение коэффициентов инверсии выбранных схем преобразователей, получим выражение для входного сопротивления схемы рис. 3.10а:

$$Z''_{вх} = \rho L_{r_1} + \rho C_{r_1} + \frac{\omega^2 L_{12}^2}{\rho L_{r_2} + \frac{1}{\rho C_{r_2}} + \frac{\omega^2 L_{23}^2}{\rho L_{r_3} + \frac{1}{\rho C_{r_3}}}} + \dots + \frac{1}{\omega^2 C_{n-2, n-1}^2 \left[\rho L_{r_{n-1}} + \frac{1}{\rho C_{r_{n-1}}} + \frac{1}{\omega^2 C_{n-1, n}^2 \left(\rho L_{r_n} + \frac{1}{\rho C_{r_n}} + R_2 \right)} \right]}$$

(3.41)

Из сравнения выражений (3.3) и (3.41) видно, что при соблюдении определенных соотношений между элементами схем рис. 3.26 и 3.10а все элементы схемы рис. 3.10а можно выразить через элементы полиномиальной схемы рис. 3.26, причем неидеальность инверторов приводит к появлению частотнозависимых элементов только в четных контурах. Далее с помощью известного реактансного преобразования частоты можно перейти к схеме НЧ прототипа с частотнозависимыми емкостями, показанной на рис. 3.10б, где

$$\alpha'_k = \frac{\alpha_k}{h}, \quad k = 2, 4, \dots, \frac{n-1}{2};$$

$$\alpha'_l = \alpha_l h, \quad l = \frac{n+1}{2}, \dots, n-3, n-1;$$

$$h = \left(\pm \frac{\Omega \Delta \omega}{2\omega_0} + \sqrt{\frac{\Omega^2 \Delta \omega^2}{4\omega_0^2} + 1} \right)^2.$$

Рабочий коэффициент передачи схемы рис. 3.10б определяется из выражения (3.30). Из (3.27) и (3.30) видно, что при $n=4k+1$, где $k=1, 2, 3, \dots$, коэффициенты при p^n и p^{n-1} не содержат частотнозависимого множителя h , так как в них входит равное число множителей $\alpha'_k = \alpha_k h$ и $\alpha'_l = \alpha_l/h$. Можно показать, что при $n=2k+1$ конечный результат будет тем же самым, однако доказательство в этом случае выглядит гораздо более громоздким. Следовательно, в глубокой полосе задерживания рабочее затухание полиномиального фильтра с емкостными и индуктивными связями равно затуханию полиномиального фильтра.

Остальные коэффициенты содержат множитель h . В качестве примера определим коэффициенты, о которых идет речь, для $n=5$. Из выражений (3.25) и (3.26), (3.30) имеем:

$$\frac{1}{H'_5} = \frac{\alpha_1 \alpha'_2 \alpha_3 \alpha'_4 \alpha_5}{2} \sqrt{r_1} p^5 + \left(\alpha_1 \alpha'_2 \alpha_3 \alpha'_4 + \frac{\alpha'_2 \alpha_3 \alpha'_4 \alpha_5}{r_1} \right) \frac{\sqrt{r_1}}{2} p^4 +$$

$$+ \left(\alpha_1 \alpha'_2 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha'_2 \alpha_5 + \alpha_1 \alpha'_4 \alpha_5 + \frac{\alpha'_2 \alpha_3 \alpha'_4}{r_1} + \alpha_3 \alpha'_4 \alpha_5 \right) \frac{\sqrt{r_1}}{2} p^3 +$$

$$+ \left(\alpha_1 \alpha'_2 + \alpha_1 \alpha'_4 + \alpha_3 \alpha'_4 + \frac{\alpha'_2 \alpha_3 + \alpha'_2 \alpha_5 + \alpha'_4 \alpha_5}{r_1} \right) \frac{\sqrt{r_1}}{2} p^2 +$$

$$+ \left(\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + \frac{\alpha'_2 + \alpha'_4}{r_1} \right) \frac{\sqrt{r_1}}{2} p + \frac{1+r_1}{2\sqrt{r_1}}. \quad (3.42)$$

Для элементов НЧ прототипа, функция передачи которого выражается полиномами Баттерворта или Чебышева нечетного порядка, имеем (без учета потерь):

$$r_1 = 1; \quad \alpha_{1+k} = \alpha_{n-k}, \quad \text{где } k = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (3.43)$$

т. е. $\alpha_1 = \alpha_5; \quad \alpha_2 = \alpha_4$.

Подставляя (3.43) в (3.42) и учитывая, что $\alpha'_2 = \frac{\alpha_2}{h}$ и $\alpha'_4 = \frac{\alpha_4}{h}$, имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{H'_5} = & \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5}{2} p^5 + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 p^4 + \\ & + \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_5}{2} \left(h + \frac{1}{h} \right) + \frac{\alpha_2 \alpha_3 \alpha_4}{2} \right] p^3 + \\ & + \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_5}{2} \left(h + \frac{1}{h} \right) \right] p^2 + \left[\frac{\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{\alpha_2}{2} \left(h + \frac{1}{h} \right) \right] p + 1. \end{aligned}$$

Выше было показано, что $h=1 \pm x$, причем в полосе пропускания $x \ll 1$. Тогда $1/h \approx 1 \pm x$ и $(h+1/h) \approx 2$. Аналогичные результаты можно получить для любого нечетного n . Следовательно, коэффициент передачи фильтра, состоящего из контуров с индуктивными и

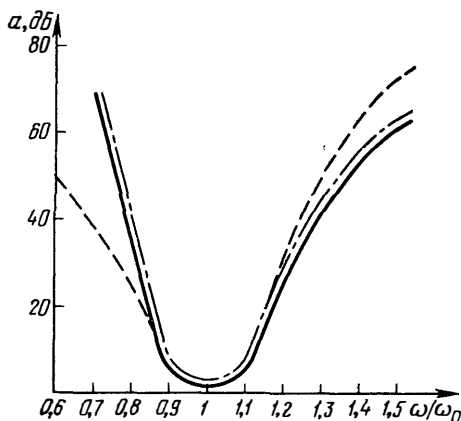
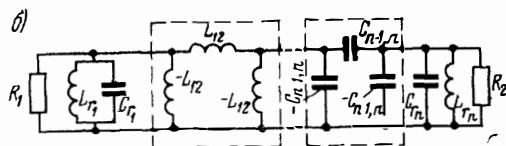
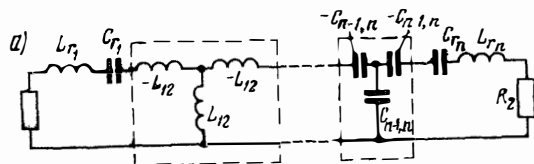


Рис. 3.11. Характеристики затухания полосовых фильтров Баттерворта пятого порядка

емкостными связями, рассчитанного по квазиполиномиальной методике, практически совпадает с коэффициентом передачи полиномиального фильтра.

На рис. 3.11 представлены характеристики фильтров пятого порядка: полиномиального с характеристикой Баттерворта (сплошная линия), квазиполиномиального с емкостными связями (пунктир) и фильтра с индуктивными и емкостными связями (штрих-пунктир). Из рис. 3.11 видно совпадение характеристик полиномиального фильтра и фильтра с индуктивными и емкостными связями. В табл. 3.6 приведены формулы для расчета элементов фильтров с индуктивными и емкостными связями.

Формулы для расчета элементов фильтров с двумя видами связей



$$L_{r_1} = \frac{\alpha_1 R_1 r_1}{\omega_1 - \omega_{-1}}; \quad L_{r_n} = \frac{\alpha_n R_2}{\omega_1 - \omega_{-1}}$$

$$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, \quad k = 1 \dots n$$

$$L_{k, k+1} = \frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_0} \sqrt{\frac{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}$$

$$C_{i, i+1} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_{-1}} \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1} C_{r_k} C_{r_{k+1}}}$$

$$L_k = L_{r_k} - L_{k-1, k} - L_{k, k+1}$$

$$\frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_{r_i}} - \frac{1}{C_{i-1, i}} - \frac{1}{C_{i, i+1}}$$

$$C_{r_1} = \frac{\alpha_1 r_1}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_1}, \quad C_{r_n} = \frac{\alpha_n}{(\omega_1 - \omega_{-1}) R_2}$$

$$L_{r_k} C_{r_k} = \frac{1}{\omega_0^2}, \quad k = 1 \dots n$$

$$L_{k, k+1} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_{-1}} \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1} L_{r_k} L_{r_{k+1}}}$$

$$C_{i, i+1} = \frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_0} \sqrt{\frac{C_{r_k} C_{r_{k+1}}}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}$$

$$\frac{1}{L_k} = \frac{1}{L_{r_k}} - \frac{1}{L_{k-1, k}} - \frac{1}{L_{k, k+1}}$$

$$C_i = C_{r_i} - C_{i-1, i} - C_{i, i+1}$$

3.6. Точный метод синтеза фильтров на связанных контурах

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАДАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАТУХАНИЯ
С ПОМОЩЬЮ ДРОБИ ЧЕБЫШЕВА

Основное достоинство описанного выше квазиполиномиального метода синтеза фильтров на связанных контурах состоит в его простоте. Для расчета используются общедоступные таблицы нормированных элементов полиномиальных НЧ прототипов; при переходе от элементов прототипов к элементам фильтра применяются простейшие формулы и не требуется большой точности расчета.

Однако квазиполиномиальный метод — приближенный, погрешности возрастают с увеличением числа элементов фильтра и расширением полосы пропускания.

Точный метод синтеза фильтров на связанных контурах основан на применении дробей Чебышева вида (2.16) или (2.17)

Выражения для рабочего коэффициента передачи схем рис 3 1а, б соответственно имеют вид:

$$H_1 = \frac{p}{A_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + A_{n-2} p^{n-2} + \dots + A_1 p + A_0}; \quad (3.44)$$

$$H_2 = \frac{p^{n-1}}{B_n p^n + B_{n-1} p^{n-1} + B_{n-2} p^{n-2} + \dots + B_1 p + B_0}, \quad (3.45)$$

где $n=2k$; k — число резонансных контуров, следовательно, n в выражениях (3.44) и (3.45) всегда четное число. Коэффициент передачи H_1 имеет $(n-1)$ -кратный нуль при $p=\infty$ и простой нуль при $p=0$.

Коэффициент передачи H_2 имеет простой нуль при $p=\infty$ и $(n-1)$ -кратный нуль при $p=0$

Переход от (3.44) и (3.45) к выражениям для квадратов модулей коэффициентов передачи дает:

$$|H_1(i\omega)|^2 = \frac{p^2}{a_{2n} p^{2n} + a_{2n-2} p^{2n-2} + \dots + a_2 p^2 + a_0}; \quad (3.46)$$

$$|H_2(i\omega)|^2 = \frac{p^{2n-2}}{b_{2n} p^{2n} + b_{2n-2} p^{2n-2} + \dots + b_2 p^2 + b_0}. \quad (3.47)$$

При решении задачи точного синтеза фильтров на связанных контурах необходимо найти значения коэффициентов a_0, a_2, \dots, a_{2n} и b_0, b_2, \dots, b_{2n} в выражениях (3.46) и (3.47) таким образом, чтобы:

а) на всей вещественной оси переменного ω $H(i\omega) \times \times H(-i\omega) \leq 1$;

б) в пределах $\omega_{-1} \leq \omega \leq \omega_1$.

$$10^{0,1\Delta a} \leq |H(i\omega)|^2 \leq 1,$$

где Δa — допустимые искажения в полосе пропускания;

в) при любом ω^2 , находящемся вне пределов $\omega_{-1}^2 \leq \leq \omega^2 \leq \omega_{-1}^2$, функции (3.46) и (3.47) принимали минимально возможные значения.

Выполнение последнего условия обеспечивает при заданном расположении нулей коэффициента передачи и заданной степени знаменателя дроби, т. е. при заданном числе элементов фильтра, максимизацию затухания фильтра на всех частотах вне полосы пропускания. Так как n всегда является четным числом, решением поставленной задачи будет

$$|H(i\omega)|^2 = \frac{1}{F(x) + \frac{10^{0,1\Delta a} + 1}{2}}, \quad (3.48)$$

где $F(x)$ — дробь Чебышева четной степени типа (2.16) и (2.17), причем

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{2\omega^2 - \omega_1^2 - \omega_{-1}^2}{\omega_1^2 - \omega_{-1}^2} \\ \text{и} \\ \alpha_0 &= - \frac{\omega_1^2 + \omega_{-1}^2}{\omega_1^2 - \omega_{-1}^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

Преобразование (3.49) превращает интервал наименьшего отклонения дроби $-1 \leq x \leq +1$ в интервал, соответствующий полосе пропускания фильтра $\omega_{-1} \leq \leq \omega \leq \omega_1$

Коэффициенты передачи (3.44) и (3.45) находятся из выражения (3.48) обычным способом, т. е. путем замены в (3.48) ω^2 на $-p^2$, разложения (3.48) на множители, отбрасывания множителей, содержащих корни числителя, не соответствующие условиям физической осуществимости, а также уменьшения вдвое степени множителей в знаменателе.

РЕАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНВЕРТОРОВ

Реализация квадрата модуля коэффициента передачи, выраженного с помощью дробей Чебышева, может

осуществляться известным способом, основанным на связи коэффициента передачи и коэффициента отражения.

Для определения элементов физической схемы по коэффициенту передачи $H(p)$ необходимо найти полиномы $v(p)$, $f(p)$ и $h(p)$ из соотношений [2].

$$H(p) = \frac{f(p)}{v(p)}; \quad (3.50)$$

$$h(p)h(-p) = v(p)v(-p) - f(p)f(-p). \quad (3.51)$$

Далее определяется входная проводимость нагруженного лестничного четырехполюсника

$$Y_1 = \frac{v(p) + h(p)}{v(p) - h(p)} R_1 = \frac{C_n p^n + C_{n-1} p^{n-1} + \dots + C_1 p_1 + C_0}{d_{n-1} p^{n-1} + d_{n-2} p^{n-2} \dots d_1 p_1} R_1. \quad (3.52)$$

Как известно, при классической методике синтеза последний этап реализации заключается в разложении функции в цепную дробь, которой должна соответствовать физически осуществимая лестничная цепь заданной структуры (рис 3 12в, г), содержащая реактивные элементы и одно активное сопротивление. Однако в рассматриваемом здесь случае синтезируемые схемы (рис 3 12в, г) по отношению к выражениям (3 44), (3 45) и (3 52) не являются каноническими, т е содержащими минимально возможное число элементов, равное порядку рациональных функций (высшей степени числителей), а содержат $(\kappa - 1)$ избыточных элементов по сравнению с каноническими схемами, представленными на рис 3 12а, б

Действительно, из рассмотрения, например, схемы рис 3 12г видно, что в области очень низких частот амплитудно-частотная характеристика заваливается многими элементами (параллельной L_1 , последовательной C_2 , параллельной L_3 , последовательной C_4 и т д)

В области же достаточно высоких частот все емкости образуют делитель с коэффициентом деления, практически не зависящим от частоты, в результате все емкости, вместе взятые, уменьшают коэффициент передачи со скоростью 6 дБ на октаву, т е с такой же скоростью, что и одна шунтирующая емкость в левой части канонической (неизбыточной) схемы рис 3 12б

Таким образом, в смысле получения заданной избирательности схемы рис 3 12б и 3 12г равноценны. То же

можно сказать и о схемах рис 3 12а и 3 12в, разница заключается только в том, что завал коэффициента передачи со скоростью 6 дБ на октаву в этом случае будет происходить со стороны нижних частот

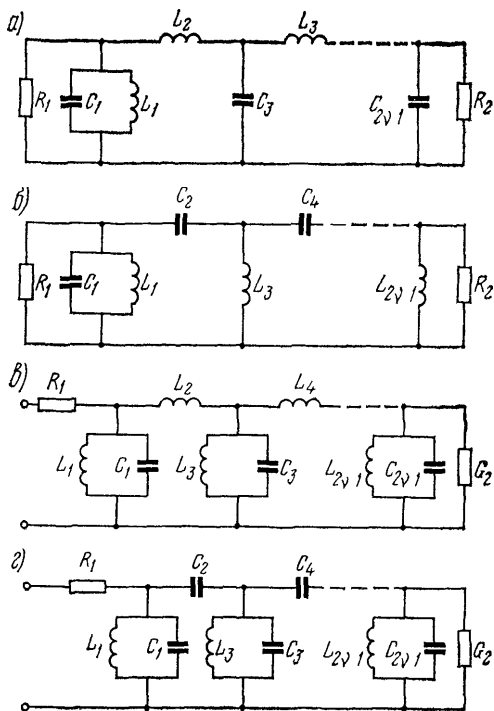


Рис 3 12 Иллюстрация избыточности схем фильтров на связанных контурах

Поскольку известные методы синтеза на этом этапе реализации разработаны только применительно к безыбыточным схемам, применим нетиповой метод. Его суть сводится к тому, чтобы при разложении в цепную дробь функции (3 52) воспользоваться выражениями для входной проводимости схем рис 3 12а, б, получаемыми при условии использования неидеальных инверторов

Поступая таким образом, мы получим выражения

$$Y_{\text{вх}} = \rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_1}} - \frac{1}{\rho^2 L_{12}^2 \left[\rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_2}} - \right]}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\left[\frac{1}{\rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_1}} + \dots + \frac{1}{\rho^2 L_{n-1,n}^2 \left(\rho C_{r_n} + \frac{1}{\rho L_{r_n}} + \frac{1}{R_2} \right)}} \right]} \quad (3.53)$$

$$\text{где } \frac{1}{L_{r_1}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_{12}}; \quad \frac{1}{L_{r_n}} = \frac{1}{L_n} + \frac{1}{L_{n-1,n}}; \quad (3.54)$$

$$\frac{1}{L_{r_2}} = \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_{12}} + \frac{1}{L_{23}}; \quad \frac{1}{L_{r_k}} = \frac{1}{L_k} + \frac{1}{L_{k-1,k}} + \frac{1}{L_{k,k+1}};$$

$$Y_{2\text{вх}} = \rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_1}} -$$

$$\frac{\rho^2 C_{12}^2}{\rho C_{r_2} + \frac{1}{\rho L_{r_2}} - \frac{\rho^2 C_{23}^2}{\rho C_{r_3} + \frac{1}{\rho L_{r_3}} + \dots + \frac{\rho^2 C_{n-1,n}^2}{\rho C_{r_n} + \frac{1}{\rho L_{r_n}} + \frac{1}{R_2}}} \quad (3.55)$$

$$\text{где } C_{r_1} = C_1 + C_{12}; \quad C_{r_n} = C_n + C_{n-1,n}; \quad C_{r_k} = C_k + C_{k-1,k} + C_{k,k+1}. \quad (3.56)$$

Разложение функции входной проводимости (3.52) в цепную дробь (3.53), соответствующую схеме рис. 3.12в, проводится в следующем порядке:

1) числитель дроби (3.52) делится на знаменатель, начиная со старших степеней; получается частное $\rho C_{r_1} + \frac{1}{\rho L_{r_1}}$ и остаток—дробь, порядок числителя которой равен $n-4$;

2) остаток умножается на $(-p^2)$ и инвертируется; получается дробь, аналогичная исходной порядка $(n-2)$;

3) числитель дроби делится на знаменатель, начиная с высших степеней. Получается частное $(a_1 p + \frac{a_2}{p})$ и некоторый остаток. Элементы L_{r_2}, C_{r_2}, L_{12} находятся из выражений:

$$C_{r_2} L_{12}^2 = a_1; \quad (3.57)$$

$$\frac{L_{12}^2}{L_{r_2}} = a_2; \quad (3.58)$$

$$L_{r_2} < L_{12}. \quad (3.59)$$

Неравенство (3.59), вытекающее из (3.54), обеспечивает положительность элементов схемы. Решая совместно (3.58) и (3.59), получаем

$$L_{r_1} < a_2. \quad (3.60)$$

Значение L_{r_2} выбирается с учетом (3.60) оптимальным с точки зрения добротности;

4) остаток умножается на $\left(-\frac{\rho^2}{L_{12}^2}\right)$ и инвертируется.

Получается дробь порядка $(n-4)$ и т. д.;

5) процесс продолжается до тех пор, пока в остатке не будет дробь первого порядка вида

$$\frac{a_1\rho + a_0}{b_1\rho} = \frac{L_{n-1,n}^2}{R_2} + \frac{L_{n-1,n}^2}{\rho L_{r_n}}. \quad (3.61)$$

По заданной величине сопротивления R_2 из (3.61) определяется $L_{n-1,n}^2$, а затем L_{r_n} . Следует при этом иметь в виду, что на величину сопротивления R_2 накладывается ограничение, вытекающее из (3.54) и (3.61) и обеспечивающее положительность элементов схемы:

$$R_2 < \frac{a_0^2}{a_1 b_1}. \quad (3.62)$$

Аналогичные ограничения на величины L_{r_k} и R_2 накладываются при расчете фильтров по квазиполиномиальной методике;

6) контурные индуктивности определяются из выражения

$$\frac{1}{L_k} = \frac{1}{L_{r_k}} - \frac{1}{L_{k-1,k}} - \frac{1}{L_{k,k+1}}. \quad (3.63)$$

Разложение функции входной проводимости (3.52) в цепную дробь типа (3.55), соответствующую схеме рис. 3.12г, производится в следующем порядке.

1) числитель дроби (3.52) делится на знаменатель, начиная с низших степеней. Выделяется $\frac{1}{\rho L_{r_1}} + \rho C_{r_1}$;

2) остаток умножается на $\left(-\frac{1}{\rho^2}\right)$ и инвертируется. Получается дробь, аналогичная исходной, причем порядок дроби снижен на 2;

3) числитель делится на знаменатель, начиная с низших степеней. Выделяется $\frac{1}{C_{12}^2} \left(\frac{1}{\rho L_{r_2}} + \rho C_{r_2}\right)$. Выбирается значение L_{r_2} , определяются C_{12} и C_{r_2} ;

4) остаток умножается на $\left(-\frac{C_{12}^2}{\rho^2}\right)$ и инвертируется и т. д. Процесс продолжается до тех пор, пока в остатке не получится дробь вида

$$\frac{a_1\rho + a_0}{b_1\rho} = \frac{1}{C_{n-1,n}^2 \rho L_n} + \frac{1}{C_{n-1}^2 n R_2} \quad (3.64)$$

По заданной величине R_2 определяются $C_{n-1,n}$, L_{r_n} и C_{r_n} ;

5) контурные емкости определяются из выражения

$$C_k = C_{r_k} - C_{k-1,k} - C_{k,k+1} \quad (3.65)$$

3.7. Преобразование Джеффе

Рассмотренные в предыдущих разделах этой главы фильтры на связанных контурах представляют собой один из видов электрических цепей с избыточным числом схемных элементов, чаще всего используемый в качестве схем замещения фильтров СВЧ.

Как было показано выше, характеристики затухания цепей этого вида приближенно выражаются с помощью полиномов Чебышева, Баттерворта или любых других, точное выражение характеристики затухания получается с помощью дроби Чебышева, у которой, в зависимости от вида межконтурной связи, степень знаменателя либо равна единице, либо на единицу меньше степени числителя, либо же при использовании как емкостных, так и индуктивных связей находится в произвольном соотношении со степенью числителя. Другая разновидность цепей с избыточным числом схемных элементов, описываемая в этом параграфе, связана с аппроксимацией дробью Золотарева

Из рассмотрения соответствующей строки табл. 3.1 видно, что НЧ прототип с золотаревской (кауэровской) характеристикой, имеющий в продольных ветвях параллельный резонансный контур, с помощью реактансного частотного преобразования превращается в полосовой фильтр, продольные ветви которого образуются четырехэлементными реактивными двухполюсниками. Поскольку такие двухполюсники неудобны при конструировании реальных физических устройств и их настройке, при проектировании схем на сосредоточенных элементах предпочитают другую эквивалентную схему с двумя последовательно включенными резонансными контурами; формулы перехода от НЧ прототипа к такой схеме даны в табл. 24. В результате получается схема вида рис. 3.13а. При реализации фильтров на распределенных элементах в диапазоне сверхвысоких частот оказывается неудобной и эта схема. Действительно, для схемы рис. 3.13а каждая общая точка пары резонаторов в последовательной ветви обладает потенциалом, отличным от нулевого; вследствие этого будет проявляться влияние паразитной емкости, которая обязательно будет существовать между этой общей точкой и землей и которая никак не учитывается в схеме замещения. Возникающее, таким образом, осложнение решается путем перехода к схеме с из-

быточным числом элементов, представленной на рис. 3.13г. Как видно из сопоставления рис. 3.13а и г, избыточность достигается введением дополнительных параллельных контуров между общими точками параллельных контуров в продольных ветвях схемы рис. 3.13а и землей. Разделим схему на рис. 3.13а в местах, указанных

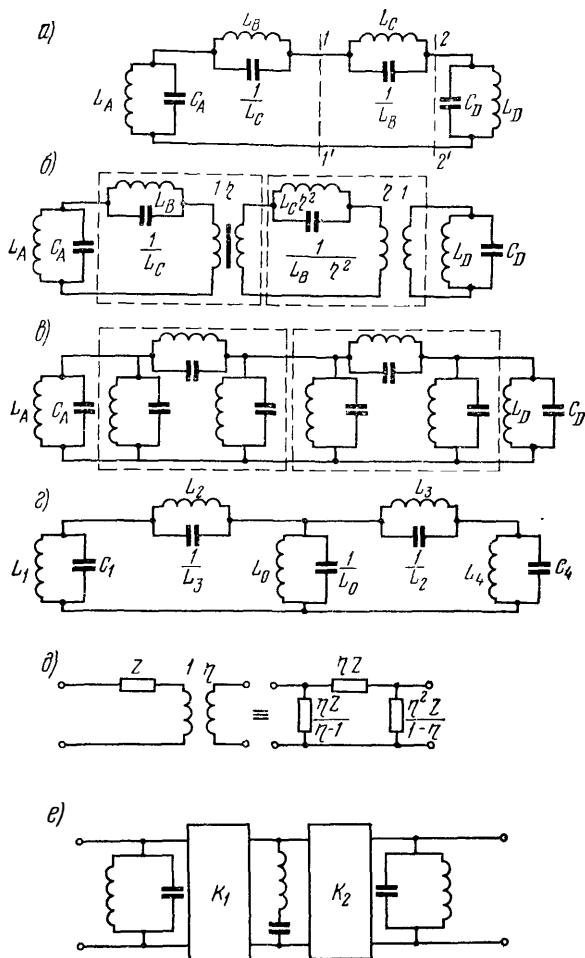


Рис. 3.13 Преобразование Джеффе

пунктирными линиями $1-1'$ и $2-2'$, и поместим между полученными частями идеальные трансформаторы с коэффициентами трансформации η и $1/\eta$ (рис. 3.13б). Сопротивления элементов схем, находящихся между трансформаторами, увеличиваются в η^2 раз.

Для устранения из схемы рис 3.13б идеальных трансформаторов заменим обведенные пунктирными линиями части схемы рис. 3.13б эквивалентными П-образными схемами в соответствии с преобразованием Нортонa [86, 107], представленным на рис. 3.13д. Полученная схема показана на рис. 3.13в; ее элементы связаны с элементами схемы рис. 3.13а соотношениями:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{\eta L_C - (1 - \eta) L_A}{\eta L_A L_C}; & L_1 &= \frac{\eta L_A L_B}{\eta L_B - (1 - \eta) L_A}; \\
 L_2 &= \eta L_B; & L_3 &= \eta L_C; \\
 L_X &= \frac{L_B L_C}{L_B + L_C}; & L_0 &= \frac{\eta^2 L_X}{1 - \eta}; \\
 C_4 &= \frac{\eta L_B - (1 - \eta) L_D}{\eta L_B L_D}, & L_1 &= \frac{\eta L_C L_D}{\eta L_C - (1 - \eta) L_D}. \quad (3.66)
 \end{aligned}$$

Соотношения (3.66) известны в литературе как преобразования Джеффе.

При реализации фильтров СВЧ диапазона удобно использовать схему замещения, состоящую из контуров, включенных либо только в параллельные, либо только в последовательные ветви. Такие схемы (одна из них показана на рис 3.13е) легко получаются включением в соответствующие точки схемы рис 3.13г инверторов.

3.8. Особенности реализации фильтров и фазовыравнивателей метрового диапазона на сосредоточенных элементах

С повышением диапазона частот уменьшаются номинальные значения \bar{L} и C . В связи с этим возрастает влияние емкости монтажа, индуктивности соединительных проводов, выводов конденсаторов. В диапазоне метровых волн приходится иметь дело с номинальными значениями емкостей порядка десятков и единиц пикофарад и индуктивностей порядка единиц, десятых и сотых долей микрогенри. Известно, однако, что индуктивность 1 см провода составляет около 0,01 мкГ, а емкости монтажа измеряются единицами пикофарад. Поэтому реализация LC -фильтров метрового диапазона представляет собой значительно более трудную задачу по сравнению с диапазоном более низких частот. Специфика проектирования фильтров метрового диапазона проявляется, прежде всего, при выборе схем фильтров и при настройке. Что касается выбора схем, то предпочтительно использовать схемы с последовательными контурами (рис. 3.14а). В этом случае индуктивности выводов конденсаторов L_C оказываются включенными последовательно с

контурной емкостью L , и их присутствие легко учитывается при настройке. В случае же параллельного контура (рис. 3.14б) индуктивности L_C оказываются включенными последовательно с конденсатором, из-за чего поведение контура на частотах, отличающихся от резонансной, отклоняется от ожидаемого. При конструктивном выполнении как фильтров, так и фазокорректоров, желательно, чтобы емкости состояли из нескольких конденсаторов, соединенных параллельно, а длина выводов была минимально возможной.

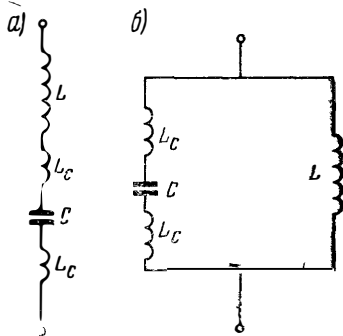


Рис. 3.14 Влияние индуктивностей выводов конденсаторов в последовательном и параллельном контурах

Существует, конечно, и распределенная емкость катушки индуктивности, однако, как показывает опыт, в интересующем нас диапазоне частот она имеет меньшее значение, и ее можно свести до пренебрежимо малой величины путем намотки с шагом, в 2—3 раза превышающим диаметр провода. Далее при чрезмерно компактной конструкции возможно влияние между катушками индуктивности и паразитными индуктивностями конденсаторов. Расположение деталей должно исключить эти паразитные связи.

Что касается настройки, то, в отличие от низких частот, ее целесообразно производить с помощью рефлектометра (измерителя коэффициента отражения). Предварительно должны быть настроены LC -контуры в шунтирующих ветвях лестничной схемы, обеспечивающие получение требуемых частот всплесков затухания, а затем с помощью рефлектометра настраиваются контуры в последовательных ветвях. Следует заметить, что требования к фильтрам метрового диапазона в части согласования с нагрузками, как правило, значительно более жесткие, чем для низкочастотных фильтров. Это связано с тем, что кабели, соединяющие фильтры или фазокорректоры с другими элементами схемы, в диапазоне метровых волн представляют собой электрически длинные линии.

Что касается фазокорректоров, то не существует ни одной схемы пассивного LC -звена, позволяющей вклю-

чить в состав «законного» схемного элемента все индуктивности выводов конденсаторов. Влияние этих индуктивностей приводит к тому, что измеренное ГВЗ звена фазокорректора оказывается значительно больше расчетной величины. Это различие возрастает при сужении корректируемой полосы частот (увеличении параметра m звена фазокорректора). Приближение измеренных значений ГВЗ к расчетным достигается рациональным конструированием фазокорректора и особой методикой настройки [132].

Поскольку ни выбор схемы фильтра или фазокорректора, ни использование рациональных методов настройки не позволяют во всех случаях добиться требуемых значений затухания несогласованности при узкой полосе частот, а также при необходимости эксплуатационной или производственной (при настройке трактов) регулировки ГВЗ, применяются буферные усилительные каскады на входе и выходе фильтров или фазокорректоров. Буферные усилительные каскады не только дают возможность получить высокое затухание несогласованности, но и реализовать фильтр или фазокорректор с характеристическими сопротивлениями, значительно отличающимися от 75 Ом, если это позволяет получить более приемлемые значения величин схемных элементов. Известны также схемы активных фазокорректирующих звеньев, в том числе опубликована статья об использовании в качестве фазокорректирующего звена захваченного автогенератора [130].

Трудности, связанные с реализацией LC -фильтров в диапазоне метровых волн, приводят также к использованию в некоторых случаях фильтров на распределенных элементах в виде так называемой гребенчатой структуры: Приемлемые габариты таких фильтров могут получаться при использовании диэлектриков с достаточно большой диэлектрической постоянной

ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

4.1. Общие сведения

Полосковой линией называют линию передачи, в которой проводник произвольного сечения (круглого, квадратного или ленточного) расположен на некотором расстоянии от металлического основания (несимметричная полосковая линия) или между двумя металлическими основаниями (симметричная полосковая линия).

Пространство между проводником и основаниями может быть заполнено воздухом или диэлектриком. Линии с диэлектрическим заполнением, выполненные печатным способом, называются печатными полосковыми линиями.

Наиболее распространенные модификации полосковых линий, их преимущества и недостатки представлены в табл. 4.1 [52].

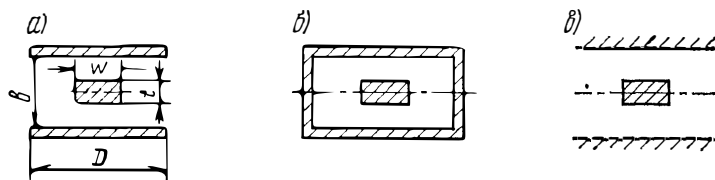
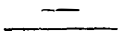

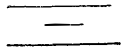


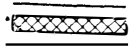


Рис 4.1 Поперечное сечение полосковой линии

Ниже будут рассматриваться только симметричные полосковые линии с однородным заполнением диэлектриком или воздухом (рис. 4.1).

4.2. Основные параметры одиночной симметричной полосковой линии

Одиночная симметричная полосковая линия рис. 4.1а является открытым волноводом. В такой линии могут распространяться два независимых типа колебаний ТЕМ,

Тип полосковой линии	Сечение линии	Преимущества	Недостатки
Несимметричная полосковая линия с воздушным заполнением		Малый вес	Отсутствие экранировки, большие потери, требуется крепление
Несимметричная печатная полосковая линия (с малым $\epsilon \approx 2 \div 3$ подложки) Микрополосковая линия (с высоким $\epsilon \approx 10$)		Малые габариты, малый вес, низкая стоимость, не требуется крепление	Большие потери у несимметричной линии, отсутствие экранировки
Симметричная полосковая линия с воздушным заполнением		Малые потери, малый вес	Большие габариты, требуется крепление
Симметричная полосковая линия высокой предельной мощности		Большая предельная мощность, МВт	Большие габариты, высокая стоимость, требуется крепление
Симметричная печатная полосковая линия		Малые габариты, не требуется крепление	Сравнительно большие потери, большой вес
Высокодобротная полосковая линия		Малые потери	Требуется крепление, сравнительно большие габариты

так как линия состоит из трех проводников. Основным типом колебаний является колебание, соответствующее нулевым потенциалам наружных проводников и произвольному потенциалу внутреннего проводника. Колебание второго типа является паразитным. Оно соответствует нулевому потенциалу внутреннего проводника и равным по величине и противоположным по знаку потенциалам наружных проводников.

Структура поля основного типа волны в полосковой линии для узкого ($\frac{w}{b} \approx 0,1$) и широкого ($\frac{w}{b} \approx 1$) внутреннего проводника показана на рис. 4.2а и б соответственно.

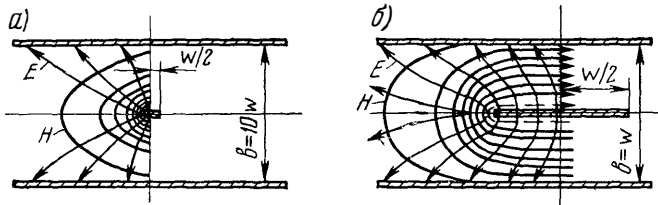


Рис 4.2 Картина поля основной волны в полосковой линии
а) для узкого внутреннего проводника, б) для широкого внутреннего проводника

Так как основной тип волны — волна ТЕМ, то при расчете полосковой линии возможно использование аппарата длинных линий, и тогда волновое сопротивление, связанное с погонной емкостью линии, определяется из соотношения (в омах)

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_0 = \frac{120\pi}{C/\epsilon}, \quad (4.1)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды в практической системе единиц и СМКСА; ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость.

Для удобства вместо емкости обычно используется безразмерная величина C/ϵ , зависящая только от относительных размеров линии.

Из (4.1) следует, что для определения волнового сопротивления линии достаточно найти ее логонную емкость. Определение емкости для конфигурации рис. 4.1а связано со значительными трудностями. Для упрощения предполагается, что наружные проводники имеют бес-

конечную ширину, т. е. рассматривается линия с поперечным сечением, изображенным на рис. 4.1в.

Погонную емкость одиночной линии можно представить в виде суммы емкостей (рис. 4.3а):

$$C = C_p + 2C_f = 2C'_p + 4C'_f, \quad (4.2)$$

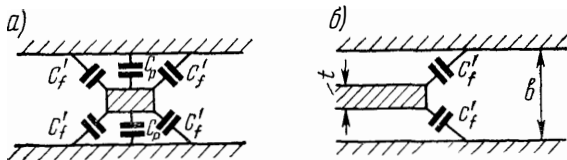


Рис 4.3 Определение емкости полосковой линии

где C_p — емкость трехпластинчатого плоского конденсатора, обкладками которого являются внутренний проводник и участки наружных проводников, на которые он проектируется, причем

$$\frac{C'_p}{\varepsilon} = \frac{2 \cdot \frac{w}{b}}{1 - \frac{t}{b}}, \quad (4.3)$$

а C_f — емкость краевого поля.

Формула для краевой емкости C'_f полубесконечной пластины, помещенной между основаниями (рис. 4.3б), найденная по известной методике решения плоских электростатических задач с использованием конформного отображения, имеет вид [4.9]

$$\frac{C'_f}{\varepsilon} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{2}{1 - \frac{t}{b}} \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{t}{b}} + 1 \right) - \left(\frac{1}{1 - \frac{t}{b}} - 1 \right) \ln \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{t}{b} \right)^2} - 1 \right] \right\}. \quad (4.4)$$

Волновое сопротивление одиночной симметричной полосковой линии с центральным проводником конечной толщины определяется из выражений (4.1—4.4) (в омах)

$$Z_0 = \frac{94,15}{\sqrt{\varepsilon} \left(\frac{w/b}{1 - t/b} + \frac{C'_f}{\varepsilon} \right)}. \quad (4.5)$$

Использование выражений (4.4) и (4.5) допустимо при условии $\frac{w}{t-b} \geq 0,35$, т. е. когда внутренний проводник достаточно широк. Максимальная ошибка для нижнего предела составляет 1,2%.

На рис. 4.4 дан график [49] зависимости $Z_0(w/b, t/b)$ при различных значениях t/b .

На этом рисунке кривая для $t/b=0$ точная, ее точки вычислены по формуле

$$Z\left(\frac{w}{b}, 0\right) = \frac{30\pi K(k)}{K(k')}, \quad (4.6)$$

где $K(k)$ и $K(k')$ — полные эллиптические интегралы первого рода:

$$k = \operatorname{sch} \frac{\pi w}{2b}; \quad k' = \operatorname{th} \frac{\pi w}{2b}. \quad (4.7)$$

На рис. 4.4 даны также кривые $Z(w/b, t/b)$ для случая узкой полоски, вычисленные для эквивалентной ли-

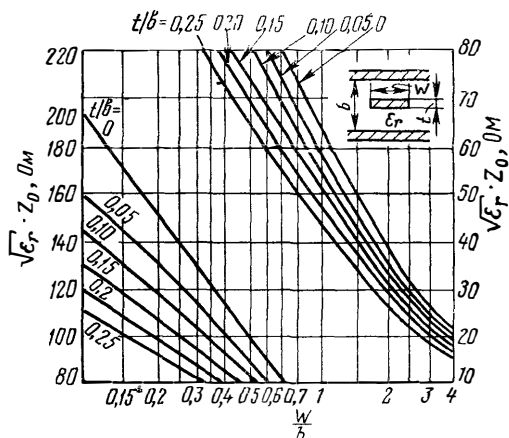


Рис. 4.4. График зависимости $Z_0 = f(w/b, t/b)$

нии, в которой прямоугольный проводник заменен круглым; по приближенной формуле

$$Z\left(\frac{w}{b}, \frac{t}{b}\right) = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{4b}{\pi d_0}, \quad (4.8)$$

где d_0 — диаметр внутреннего проводника эквивалентной полосковой линии, определяемый в зависимости от

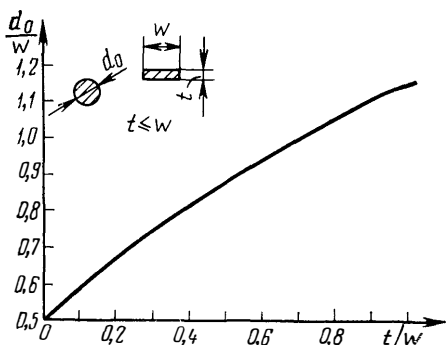


Рис. 4.5. График эквивалентности полосковых линий с прямоугольным и круглым сечением внутреннего проводника

от размеров прямоугольного проводника по графику (рис. 4.5) при $d_0 \ll w$.

При использовании выражения (4.8) для случая $\frac{w}{b-t} \leq 0,35$ и $\frac{t}{b} \leq 0,25$ ошибка не превышает 1,2%.

Для вычисления волнового сопротивления при $\frac{t}{b} > 0,25$ и $\frac{w}{b} > 0,1$ необходимо

применять точные формулы [49], полученные с помощью конформного преобразования двухсвязной области рис. 4.1в в кольцо. Результат расчета по этим формулам приведен на рис. 4.6.

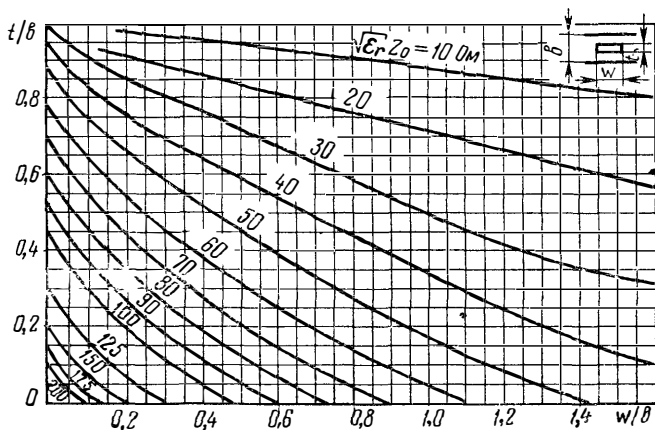


Рис. 4.6 График зависимости $Z_0 = j(w/b, t/b)$

Все вышеприведенные формулы и графики для определения погонных емкостей одиночной полосковой линии получены для бесконечно широких наружных проводников (рис. 4.1в), которые при конформном отображении преобразуются в цилиндр. Угловая ширина щели φ (в

радианах), соответствующая конечной ширине наружных проводников, определяется выражением

$$\varphi = 4 \operatorname{csch} \frac{\pi D_0}{b}, \quad (4.9)$$

где D_0 — ширина наружных проводников.

Из (4.9) следует, что ширина щели уже при $D_0/b = 2,5$ будет мала и резко уменьшается при дальнейшем росте этого отношения.

Экспериментальные результаты Дьюкса [49], полученные с помощью электролитической ванны для линии с проводником малой толщины, показывают, что в пределах изменения характеристического сопротивления линии от 20 до 110 Ом размер $D_0 = 3\omega$ обеспечивает достаточную точность расчета, а при $D_0 = 2\omega$ при больших волновых сопротивлениях получается отклонение порядка 5%.

Вторым важным параметром, необходимым при расчете узлов, является затухание полосковой линии. Так как потери обычно малы, то допустимо раздельное рассмотрение затухания за счет потерь в диэлектрике и в проводниках линии:

$$a = a_m + a_d. \quad (4.10)$$

Так же, как и в коаксиальной линии, затухание за счет потерь в диэлектрике равно (в децибелах на метр)

$$a_d = 8,69 \pi \operatorname{tg} \delta \frac{1}{\lambda}, \quad (4.11)$$

где δ — тангенс угла потерь диэлектрика; λ — рабочая длина волны в линии.

Постоянная затухания за счет потерь в металле определяется выражением (в децибелах на метр)

$$a_m = 4,345 \frac{P_m}{P} = 4,345 \frac{R}{Z_0}, \quad (4.12)$$

где $P = I^2 Z_0$ — мощность, переносимая основной волной в линии; $P_m = I^2 R$ — мощность потерь на единицу длины, обусловленная потерями в проводниках; I — ток, текущий в одном направлении; R — сопротивление линии на единицу длины.

Таким образом, затухание за счет потерь в металле будет известно, если известно погонное сопротивление R . Его можно представить в виде суммы

$$R = R_1 + R_2, \quad (4.13)$$

где R_1 соответствует внутреннему проводнику линии, а R_2 — наружному.

Представление (4.13) удобно, когда внутренний и наружный проводники выполнены из различных материалов. Используя теорию скин-эффекта, получим

$$R_1 = q^{-2} \sqrt{\frac{\mu_1 \rho_1 \omega}{2}} \oint_{S_1} \sigma^2 dS; \quad (4.14)$$

$$R_2 = q^{-2} \sqrt{\frac{\mu_2 \rho_2 \omega}{2}} \oint_{S_2} \sigma^2 dS, \quad (4.15)$$

где q — полный заряд на единицу длины линии (одного знака), σ — поверхностная плотность заряда на проводниках линии, $\mu_1, \rho_1, \mu_2, \rho_2$ — магнитные проницаемости и удельные сопротивления материалов проводников, ω — круговая частота.

Интеграл в (4.14) берется по поверхности внутреннего проводника, а в (4.15) — по поверхности наружных проводников.

Хотя выражения (4.14) и (4.15) не отличаются от подобных выражений для коаксиальной линии, применение их для полосковой линии связано с существенными особенностями. Это связано с тем, что вывод данных выражений основан на теории скин-эффекта, предполагающей, что проводники не имеют острых граней.

Заметим, что при определении потерь в прямоугольных волноводах также приходится иметь дело с угловыми участками поверхностей проводников. Однако на внутренних углах плотность тока конечна, поэтому погрешность метода не влияет на конечный результат.

В случае полосковой линии внутренний проводник имеет внешние грани, на которых поверхностная плотность тока теоретически бесконечно велика, поэтому погрешность может быть значительна.

Непосредственное определение R_1 и R_2 по ф-лам (4.14) и (4.15) сопряжено со значительными трудностями, поэтому используется косвенный метод. В [49] дана следующая формула для погонного сопротивления двухпроводной линии

$$R = \frac{R_s}{\mu} \frac{\partial L}{\partial n}, \quad (4.16)$$

где R_s — поверхностное сопротивление проводников линии, определенное при условии бесконечно большого отношения радиуса кривизны поверхности к длине волны в металле на данной частоте, Ом/м²; μ — магнитная про-

нищаемость металла проводников; dL — бесконечно малое приращение индуктивности, Г/м, обусловленное бесконечно малым равномерным уменьшением размера dn всех проводников в направлении, перпендикулярном их поверхностям

Используя связь между погонными параметрами линии можно получить из (4.16) в (децибелах на метр):

$$\alpha_m = 8,69 \frac{R_s \sqrt{\epsilon_r}}{240 \pi Z_0} \frac{dZ_0}{dn} \quad (4.17)$$

Результаты расчета затухания за счет потерь в металле по ф-ле (4.17) представлены в виде графика рис. 4.7

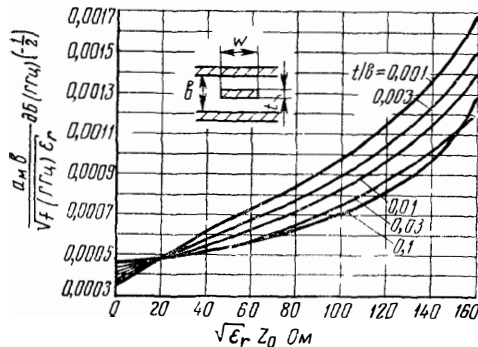


Рис 4.7 Затухание в полосковой линии

Заметим, что вывод ф-лы (4.16) основан на обычных предположениях теории скин-эффекта относительно распределения тока в проводниках и поверхностного сопротивления, поэтому все сказанное относительно погрешностей в случае острых граней проводников остается в силе и при использовании этой формулы

На практике проводники линии не имеют чисто прямоугольной формы, грани их закруглены. Поэтому форму проводников можно аппроксимировать любой гладкой кривой, достаточно близкой к реальной форме. В [49] произведен расчет потерь в линии, когда внутренний проводник ее аппроксимирован эллипсом, что справедливо для тонких проводников, результаты этого расчета соответствуют несколько меньшим величинам затухания, чем те, которые получаются по кривой затухания рис. 4.7. Экспериментальные данные, а также результа-

ты, полученные с помощью электролитической ванны [49], показывают, что хотя графики рис 4.7 дают слегка завышенные значения затухания, точность их вполне достаточна для практических целей

4.3. Связанные линии

Поперечное сечение секции на связанных линиях изображено на рис 4.8. Так как такая секция состоит из четырех проводников (двух внутренних и двух наружных)

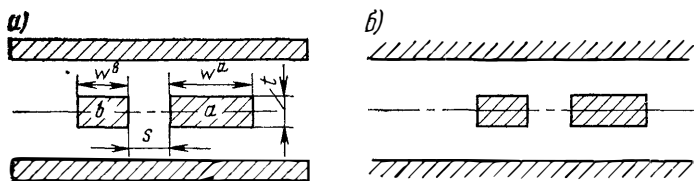


Рис 4.8 Поперечное сечение связанной линии

ных), то в ней возможно существование трех независимых колебаний типа ТЕМ. Колебаниями рабочих типов являются колебания четного и нечетного типов, соответствующие нулевым потенциалам наружных проводников, и: а) четного типа — одинаковым потенциалам внутренних проводников, б) нечетного типа — равным по величине и противоположным по знаку потенциалам внутренних проводников. Третий (паразитный) тип колебания соответствует нулевому потенциалу внутренних проводников и равным по величине и противоположным по знаку потенциалам наружных проводников. Такой выбор типов колебаний обеспечивает не только их линейную независимость, но и ортогональность.

На практике используется также и иной выбор ортогональных типов колебаний, при котором рабочие колебания выбираются четными и нечетными по току (т.е. синфазный и противофазный режим по току).

Рассмотрим предварительно случай, когда поперечное сечение связанной линии имеет вертикальную и горизонтальную оси симметрии. В этом случае режимы по току и по напряжению совпадают. Структура поля для четного и нечетного типов колебаний показана на рис 4.9. Она не нарушится, если по вертикальной оси симметрии поставить магнитную стенку в случае четного типа

колебания или электрическую стенку для нечетного. Электрическая (или магнитная) стенка делит связанную линию на две изолированные

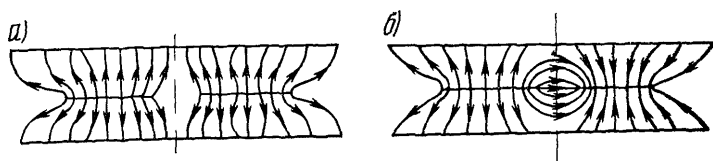


Рис 49 Картина поля для четного (а) и нечетного (б) типов колебаний в связанной полосковой линии

Волновое сопротивление проводимость и погонную емкость каждой из таких изолированных линий обозначим через Z_{0e}, Y_{0e}, C_{0e} — для четного типа колебаний; Z_{0o}, Y_{0o}, C_{0o} — для нечетного типа колебаний

Пусть теперь внутренние проводники разные, т е линия несимметрична. При этом также можно не нарушая структуры поля разделить связанную линию на две изолированные магнитной стенкой для четного типа колебания и электрической — для нечетного. В этом случае, однако, следует различать четный или нечетный тип колебаний по напряжению или по току. Положение магнитной стенки для четного режима по току будет отличаться от положения при четном режиме по напряжению, тоже будет иметь место для электрической стенки, когда рассматриваются четные режимы.

Если обозначить левый проводник линии через b , а правый — через a , то $Z_{0e}^a, Z_{0o}^a, C_{0eT}^a, C_{0oT}^a$ будут представлять собой волновые сопротивления и емкости для правой половины линии при четном и нечетном типах колебания по току, а $Z_{0e}^b, Z_{0o}^b, C_{0eT}^b, C_{0oT}^b$ — соответствующие величины для левой половины линии. Здесь и в дальнейшем индекс a будет относиться к правой половине линии, индекс b — к левой, индексы $0e$ и $0o$ — соответственно к четному и нечетному типам колебаний.

При режимах по току используются обычно волновые сопротивления, а волновые проводимости употребляются как основная система величин для режимов по напряжению. Таким образом, для режимов по напряжению $Y_{0e}^a, Y_{0o}^a, C_{0e}^a, C_{0o}^a$ — волновые проводимости и погонные емкости для правой половины линии, $Y_{0e}^b, Y_{0o}^b, C_{0e}^b, C_{0o}^b$

C_{00}^b — волновые проводимости и погонные емкости для левой половины линии

Чтобы избежать путаницы в обозначениях погонных емкостей, в случае режимов по току используется индекс т.

Необходимо помнить, что при принятой системе обозначений $Z_{0e}^a \neq \frac{1}{Y_{0e}^a}$ и аналогично для других сопротивлений и проводимостей. Равенство будет иметь место только для симметричных структур, когда режимы по току и напряжению совпадают.

Известно, что волновое сопротивление и проводимость любой двухпроводной линии связаны с емкостью простыми соотношениями:

$$Z_0 = \frac{1}{vC}; \quad (4.18)$$

$$Y_0 = vC; \quad (4.19)$$

$$v = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{120 \pi \epsilon} = \frac{1}{120 \pi \epsilon_0 \sqrt{\epsilon_r}}, \quad (4.20)$$

где v — скорость распространения в линии электромагнитной энергии

Эти соотношения можно рассматривать как систему из трех проводников, один из которых заземлен (положение не меняется, если вместо одного заземленного проводника используются два или несколько). Для такой системы можно написать уравнение

$$\begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{vmatrix}, \quad (4.21)$$

где C_{ih} — частичные емкости, причем $C_{12} = C_{21}$; Q_1 и Q_2 — заряды на проводниках a и b ; U_1 и U_2 — потенциалы этих проводников.

Можно также написать преобразование, обратное выражению (4.20):

$$\begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{vmatrix}, \quad (4.22)$$

где коэффициенты l_{ih} выражаются через C_{ih} .

Соотношения (4.21), (4.22) легко получаются из теоремы взаимности Грина [49].

С помощью (4.21), (4.22) можно получить выражения для емкостей $C_{00_T}^{a,b}$ и $C_{00_T}^{a,b}$, соответствующих чет-

ному и нечетному режимам по току, и емкостей $C_{0e}^{a,b}$, $C_{0o}^{a,b}$ — для режимов по напряжению. Эти выражения приведены в табл. 4.2. В этой же таблице связанная линия представлена в виде П-образной емкостной схемы и приведены соотношения, связывающие емкости C_a , C_b и C_{ab} этой схемы с частичными емкостями C_{11} , C_{22} , C_{12} . Вместо частичной емкости C_{12} удобно использовать емкость $C_0 = C_a + C_b$. Частичные емкости C_{11} и C_{22} и емкость C_0 образуют полную систему параметров и обладают тем достоинством, что они могут быть определены экспериментально.

Емкости C_a , C_b и C_{ab} также образуют полную систему параметров. Так как при расчетах можно использовать любую из этих систем, то приведенные в табл. 4.2 выражения для погонных емкостей используют обе системы.

Из табл. 4.2 и соотношений (4.18) и (4.19) можно получить выражения для волновых сопротивлений и волновых проводимостей для режима по току и напряжению. Они приведены в табл. 4.3.

На практике обычно бывают заданными значения волновых сопротивлений для режимов по току или волновых проводимостей в случае режимов по напряжению, и по ним нужно определить соответствующие емкости, а затем уже размеры линии. В табл. 4.4 представлены выражения для емкостей C_a , C_b и C_0 , C_{11} , C_{22} через волновые сопротивления и проводимости. В этих выражениях вместо скорости света в линии подставлено выражение (4.20).

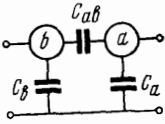
Если проводники линии одинаковы, то $C_{11} = C_{22}$ и $C_0 = C_b$ аналогичны и для нечетного типа колебаний. Вместо выражений табл. 4.4 в этом случае получают более простые выражения, которые сведены в табл. 4.5.

Приведенные ниже расчетные соотношения для погонных емкостей связанных линий, так же как и для одиночной линии, получены с помощью известной методики решения плоских электростатических задач с использованием конформных преобразований.

Погонные емкости для связанных линий с бесконечно тонкими проводниками одинаковой ширины определяются из соотношений:

$$\frac{C_{0e}}{\varepsilon} = 2 \frac{K(k'_{0e})}{K(k_{0e})}; \quad (4.23) \quad \frac{C_{0o}}{\varepsilon} = 2 \frac{K(k'_{0o})}{K(k_{0o})}. \quad (4.24)$$

Формулы для погонных емкостей



$$C_{11} = C_a + C_{ab}, \quad C_{22} = C_b + C_{ab}$$

$$C_0 = C_a + C_b = C_{11} + C_{22} + 2C_{12}$$

$$C_{ab} = -C_{12} = \frac{1}{2} (C_{11} + C_{22} - C_0)$$

Режимы по напряжению

$$\left. \begin{aligned} C_{0e}^a &= C_{11} + C_{12} = \frac{1}{2} (C_{11} - C_{22} + C_0) = C_a \\ C_{0e}^b &= C_{22} + C_{12} = \frac{1}{2} (C_{22} - C_{11} + C_0) = C_b \end{aligned} \right\} \text{четный}$$

$$\left. \begin{aligned} C_{0o}^a &= C_{11} - C_{12} = \frac{1}{2} (3C_{11} + C_{22} - C_0) = C_a + 2C_{ab} \\ C_{0o}^b &= C_{22} - C_{12} = \frac{1}{2} (3C_{22} + C_{11} - C_0) = C_b + 2C_{ab} \end{aligned} \right\} \text{нечетный}$$

Режимы по току

$$\left. \begin{aligned} C_{0e\tau}^a &= \frac{|C|}{C_{22} - C_{12}} = \frac{1}{2} \frac{F}{3C_{22} + C_{11} - C_0} = \frac{F}{C_b + 2C_{ab}} \\ C_{0e\tau}^b &= \frac{|C|}{C_{11} - C_{12}} = \frac{1}{2} \frac{F}{3C_{11} + C_{22} - C_0} = \frac{F}{C_a + 2C_{ab}} \end{aligned} \right\} \text{четный}$$

$$\left. \begin{aligned} C_{0o\tau}^a &= \frac{|C|}{C_{22} + C_{12}} = \frac{1}{2} \frac{F}{C_{22} - C_{11} + C_0} = \frac{F}{C_b} \\ C_{0o\tau}^b &= \frac{|C|}{C_{11} + C_{12}} = \frac{1}{2} \frac{F}{C_{11} - C_{22} + C_0} = \frac{F}{C_a} \end{aligned} \right\} \text{нечетный}$$

$$F = 4|C| = 4(C_{11}C_{22} + C_0C_{11} + C_0C_{22}) - (C_0 + C_{11} + C_{22})^2$$

$$F = C_a C_b + C_b C_{ab} + C_a C_{ab}$$

$$|C| = C_{11}C_{22} - C_{12}^2$$

Формулы для волновых сопротивлений и проводимостей

Режимы по напряжению	
$Y_{0e}^a = \nu C_{0e}^a = \nu C_a = \frac{1}{2} \nu (C_{11} - C_{22} + C_0)$	
$Y_{0e}^b = \nu C_{0e}^b = \nu C_b = \frac{1}{2} \nu (C_{22} - C_{11} + C_0)$	
$Y_{0o}^a = \nu C_{0o}^a = \nu (C_a + 2C_{ab}) = \frac{1}{2} \nu (3C_{11} + C_{22} - C_0)$	
$Y_{0o}^b = \nu C_{0o}^b = \nu (C_b + 2C_{ab}) = \frac{1}{2} \nu (3C_{22} + C_{11} - C_0)$	
Режимы по току	
$Z_{0e}^a = \frac{1}{\nu C_{0eT}^a} = \frac{C_b + 2C_{ab}}{\nu F} = \frac{2(3C_{22} + C_{11} - C_0)}{\nu F}$	
$Z_{0e}^b = \frac{1}{\nu C_{0eT}^b} = \frac{C_a + 2C_{ab}}{\nu F} = \frac{2(3C_{11} + C_{22} - C_0)}{F\nu}$	
$Z_{0o}^a = \frac{1}{\nu C_{0oT}^a} = \frac{C_b}{\nu F} = \frac{2(C_{22} - C_{11} + C_0)}{\nu F}$	
$Z_{0o}^b = \frac{1}{\nu C_{0oT}^b} = \frac{C_a}{\nu F} = \frac{2(C_{11} - C_{22} + C_0)}{\nu F}$	

где $K(k_{0e})$ и $K(k_{0o})$, $K(k'_{0e})$ и $K(k'_{0o})$ — полные эллиптические интегралы первого рода от основных и дополнительных модулей k и k'

$$K_{0e} = \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{s}{b}\right)}{\operatorname{ch}\left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{s}{b} + \frac{2\omega}{b}\right)\right]} ; \quad (4.25)$$

$$K_{0o} = \frac{s \cdot \left(\frac{\pi}{2} \frac{s}{b}\right)}{\operatorname{ch}\left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{s}{b} + \frac{2\omega}{b}\right)\right]} , \quad (4.26)$$

$$(k')^2 + k^2 = 1. \quad (4.27)$$

Формулы для емкостей

Режимы по напряжению и по току

$$\frac{C_{22}}{\varepsilon} = \frac{1920\pi}{R\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{Y_{0e}^b + Y_{0o}^b}{2}$$

$$\frac{C_{11}}{\varepsilon} = \frac{1920\pi}{R\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{Y_{0e}^a + Y_{0o}^a}{2}$$

$$\frac{C_0}{\varepsilon} = \frac{1920\pi}{R\sqrt{\varepsilon_r}} (Z_{0o}^a + Z_{0o}^b) = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} (Y_{0e}^a + Y_{0e}^b)$$

$$R = 8 \left[\frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} (Z_{0o}^a + Z_{0o}^b) + \frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} (Z_{0o}^a + Z_{0o}^b) + \right. \\ \left. + \frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} \cdot \frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} \right] - 4 \left[\left(\frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} \right)^2 + \right. \\ \left. + (Z_{0o}^a + Z_{0o}^b)^2 + \left(\frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{C_a}{\varepsilon} = \frac{C_{0e}^a}{\varepsilon} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_{0e}^a$$

$$\frac{C_b}{\varepsilon} = \frac{C_{0e}^b}{\varepsilon} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_{0e}^b$$

$$\frac{C_{ab}}{\varepsilon} = \frac{C_{0o}^a - C_{0e}^a}{2\varepsilon} = \frac{C_{0o}^b - C_{0e}^b}{2\varepsilon} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{Y_{0o}^a - Y_{0e}^a}{2} = \\ = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{Y_{0o}^b - Y_{0e}^b}{2}$$

Упрощенные выражения табл. 4.4

Одинаковые проводники

$$\frac{C_{22}}{\varepsilon} = \frac{C_{11}}{\varepsilon} = \frac{120\pi}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{1}{Z_{0o}} + \frac{1}{Z_{0e}} \right), \quad \frac{C_0}{\varepsilon} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{2}{Z_{0e}}$$

$$\frac{C_a}{\varepsilon} = \frac{C_b}{\varepsilon} = \frac{C_{0e}}{\varepsilon} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{1}{Z_{0e}}, \quad \frac{C_{ab}}{\varepsilon} = \frac{120\pi}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{1}{Z_{0o}} - \frac{1}{Z_{0e}} \right)$$

Характеристическое сопротивление связанных линий с бесконечно тонкими проводниками для волн четного и нечетного типов Z_{0e} и Z_{0o} при различных значениях w/b представлено на рис 4 10

Для связанной линии с очень широкими одинаковыми внутренними проводниками емкости C_{0e} C_{0o} (рис 4 11) можно представить в виде сумм

$$\begin{aligned} C_{0e} &= C_p + C_f + C_{fe} = 2C'_p + 2C'_f + 2C'_{fe}; \\ C_{0o} &= C_p + C_f + C_{fo} = 2C'_p + 2C'_f + 2C'_{fo}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

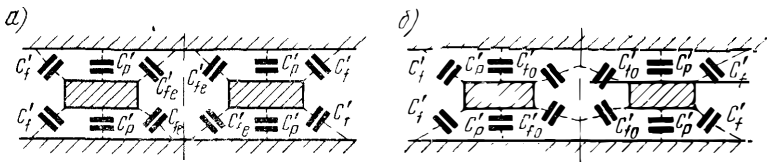


Рис 4 11 Определение емкостей связанной полосковой линии для четного (а) и нечетного (б) типов колебаний

где C_p — емкость плоского трехпластинчатого конденсатора, определяемая из выражения (4 3), C_{fe} и C_{fo} — краевые емкости соответствующие четному и нечетному типам колебаний для краев внутренних проводников, обращенных друг к другу, C_f — внешние краевые емкости

Штрихи в обозначениях емкостей в ф лах (4 28) используются, когда рассматривается значение соответствующей емкости только для верхней или нижней симметричной половины линии (см рис 4 11)

В приближенных расчетах в ф-лу (4 28) подставляются значения краевых емкостей, определенные в предположении, что внутренние проводники полубесконечны

Ошибка, даваемая ф-лой (4 28), при такой замене будет тем меньше, чем шире проводники линии Внеш-

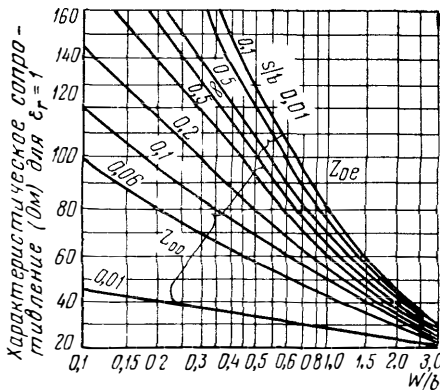


Рис 4 10 График зависимости Z_{0e} и Z_{0o} от w/b и s/b

ние краевые емкости C'_f линий с полубесконечными проводниками определяются так же, как для одиночной линии, по ф-ле (4.4) или по графику рис. 4.12.

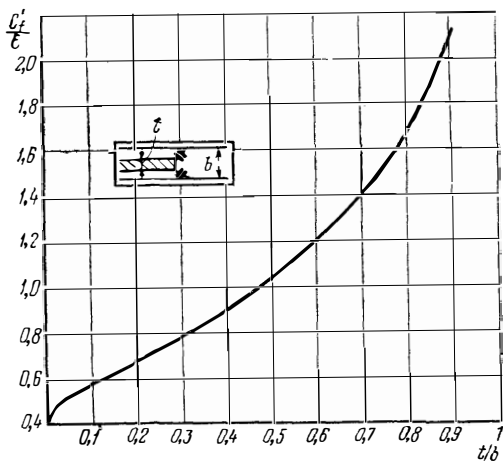


Рис 4.12 График зависимости внешней краевой емкости $C'_f/\epsilon=f(t/b)$

Формулы для внутренних краевых емкостей связанных линий конечной толщины для четного и нечетного типов колебаний C'_{fe} и C'_{fo} получены Гетзингером [55] и представлены в виде графиков на рис. 4.13 и рис. 4.14 (соответственно).

Емкость $C_{k, k+1}/\epsilon$ между стержнями на рис. 4.13 определяется выражением

$$\frac{C_{k, k+1}}{\epsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{00}}{\epsilon} - \frac{C_{0e}}{\epsilon} \right) = \frac{C'_{fo}}{\epsilon} - \frac{C'_{fe}}{\epsilon}. \quad (4.29)$$

Если связанная линия имеет достаточно широкие проводники одинаковой толщины, но разной ширины, то для нее также можно написать выражения для емкостей четного и нечетного типов колебаний (режимы по напряжению), подобные выражениям (4.28):

$$\left. \begin{aligned} C_{0e}^a &= 2C_p'^a + 2C_f' + 2C_{fe}'; \\ C_{0e}^b &= 2C_p'^b + 2C_f' + 2C_{fe}'; \\ C_{0o}^a &= 2C_p'^a + 2C_f' + 2C_{fo}'; \\ C_{0o}^b &= 2C_p'^b + 2C_f' + 2C_{fo}'. \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

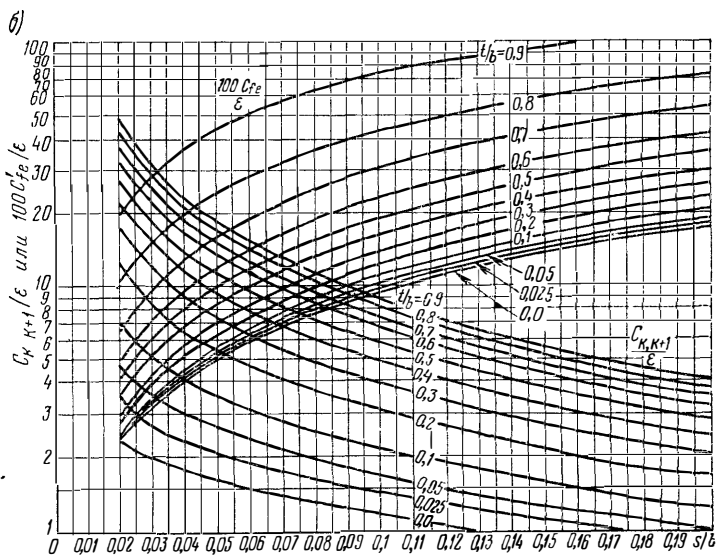
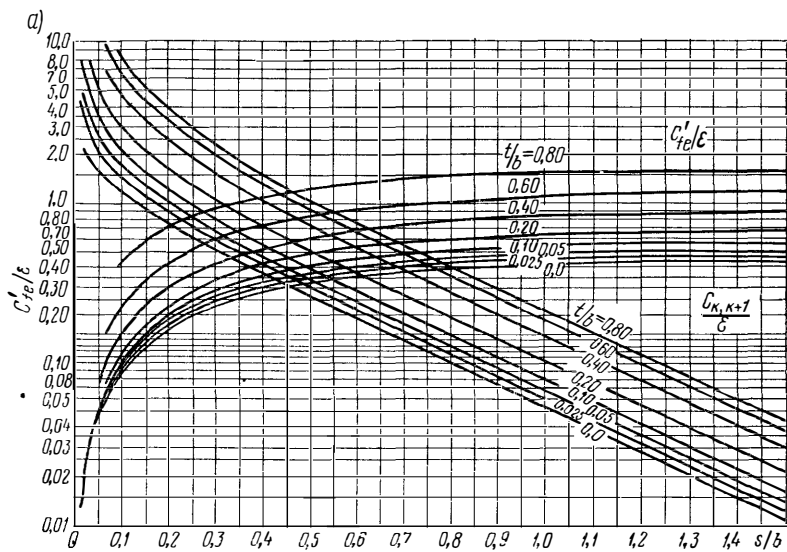


Рис 4.13 Графики зависимости $C_{K, K+1}/\epsilon$ и C'_{Fe}/ϵ от s/b и t/b

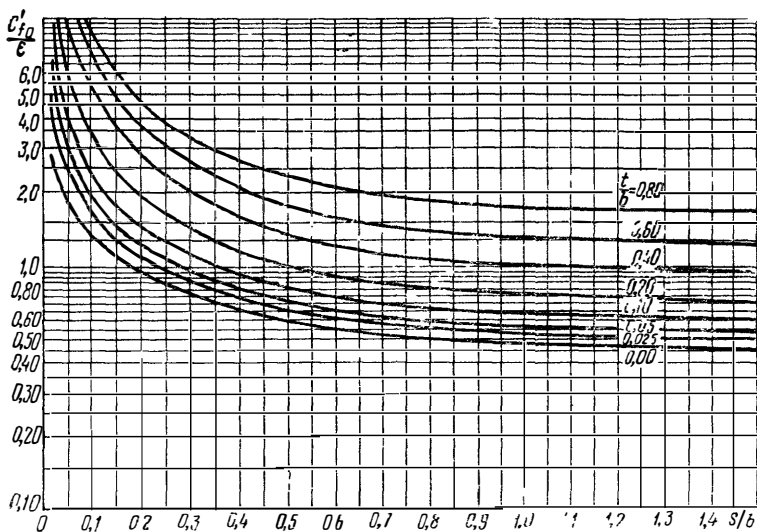


Рис 4.14 Графики зависимости $C'_{f0}/\varepsilon = f(s/b, t/b)$

где индексы b и a относятся к левой и правой половинам связанной линии. В приближенных расчетах по ф-лам (4.30) используются значения краевых емкостей, полученных в предположении полубесконечных внутренних проводников.

В табл. 4.6 приведены некоторые полезные при расчетах связанных линий соотношения между величинами емкостей из выражения (4.30) с определенными ранее емкостями C_{11} , C_{22} и C_0 .

Таблица 4.6

Соотношения между величинами емкостей из ф-лы (4.30) с C_{11} , C_{22} , C_0

$$\frac{C_{0e}^a}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{11}}{\varepsilon} - \frac{C_{22}}{\varepsilon} + \frac{C_0}{\varepsilon} \right), \quad \frac{C_{0e}^b}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{22}}{\varepsilon} - \frac{C_{11}}{\varepsilon} + \frac{C_0}{\varepsilon} \right)$$

$$\frac{C_{ab}}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{11}}{\varepsilon} + \frac{C_{22}}{\varepsilon} - \frac{C_0}{\varepsilon} \right)$$

$$\frac{C_p^a}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{11}}{\varepsilon} - \frac{C_{22}}{\varepsilon} + \frac{C_0}{\varepsilon} \right) - \frac{2C'_f}{\varepsilon} - \frac{2C'_{fe}}{\varepsilon}$$

$$\frac{C_p^b}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{22}}{\varepsilon} - \frac{C_{11}}{\varepsilon} + \frac{C_0}{\varepsilon} \right) - \frac{2C'_f}{\varepsilon} - \frac{2C'_{fe}}{\varepsilon}$$

В заключение покажем, как следует пользоваться приведенными в данном параграфе графиками и таблицами на примере расчета связанных линий с одинаковыми внутренними проводниками.

При расчете связанных структур заданными обычно являются волновые сопротивления или проводимости четного и нечетного типов колебаний Z_{0e} и Z_{0o} . По формуле из табл. 4.5 находим значения C_{ab}/ε . Затем, задавшись относительным размером t/b и принимая $C_{h, k+1}/\varepsilon = C_{ab}/\varepsilon$, по известному значению C_{ab}/ε находим из графика рис. 4.13 соответствующее значение s/b и из того же графика краевую емкость C'_{fe}/ε для данных размеров.

Далее находим C_{0e}/ε по формуле из табл. 4.5 и C'_{fe}/ε из графика рис. 4.12 по заданному t/b . Подставляя величины C_{0e}/ε , C'_{fe}/ε , C'_{fe}/ε и t/b в выражение

$$\frac{\omega}{b} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{b} \right) \left(\frac{C_{0e}}{2\varepsilon} - \frac{C'_{fe}}{\varepsilon} - \frac{C'_f}{\varepsilon} \right), \quad (4.31)$$

найдем относительный размер ω/b .

Следует отметить, что изложенный метод расчета связанных линий пригоден только в том случае, если полученный из ф-лы (4.31) размер ω/b удовлетворяет соотношению

$$\frac{\omega}{b} > 0,35 \left(1 - \frac{t}{b} \right). \quad (4.32)$$

Если это соотношение не удовлетворяется, то производится коррекция по формуле

$$\frac{\omega'}{b} = \frac{\left[0,07 \left(1 + \frac{t}{b} \right) + \frac{\omega}{b} \right]}{1,2} \quad (4.33)$$

при условии, что $0,1 < \frac{\omega'}{b} < 0,35$.

Эту же методику можно использовать с некоторым видоизменением и для расчета решетки связанных прямоугольных стержней.

Однако обычно при расчетах фильтров, использующих такую решетку, конечным результатом расчета фильтров являются не волновые сопротивления, а взаимные и собственные емкости стержней. Расчет размеров решетки по заданным взаимным и собственным емкостям стержней дан в следующем параграфе.

4.4. Расчет структур в виде решетки параллельно связанных линий

РЕШЕТКА ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ

На рис 4.15 показана решетка параллельно связанных линий, подобная той, что применяется в фильтре со встречными стержнями. В данной структуре все стержни имеют одинаковое отношение t/b , другие размеры стержней легко получают путем обобщения изложенных выше соображений по расчету несимметричных параллельно связанных линий.

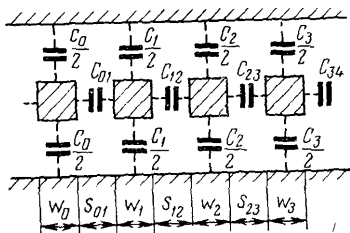


Рис 4.15 Поперечное сечение решетки параллельно связанных линий, помещенных между экранирующими плоскостями

Электрические свойства структуры, показанной на рис. 4.15, характеризуются значением собственных емкостей C_k каждого стержня по отношению к земле на единицу длины и взаимными емкостями $C_{k, k+1}$ на единицу длины между соседними стержнями k и $k + 1$.

Краевая емкость между данным элементом линии и, например, элементом линии, расположенным за ближайшим соседним элементом, не учитывается. Как показывает опыт, для структур, подобных используемым в фильтрах, такое представление имеет удовлетворительную точность.

При расчете структур в виде решетки параллельно связанных линий рекомендуется использовать уточненные графики Прегла [57], представленные на рис. 4.16.

Здесь графики Гетзингера (рис 4.13), полученные в предположении, что ширина стержней бесконечна (толстые линии на графике рис. 4.16), дополнены кривыми (тонкие линии), полученными в предположении, что ширина стержней равна нулю.

Как видно из рисунка, толстые и тонкие линии идут параллельно друг другу.

Для расчета рассматриваемой структуры (фильтра, замедляющей структуры и т. д.) необходимо по известным для данной структуры уравнениям определить нормированные собственные и взаимные емкости C_k/ϵ и $C_{k, k+1}/\epsilon$ на единицу длины для всех линий в структуре.

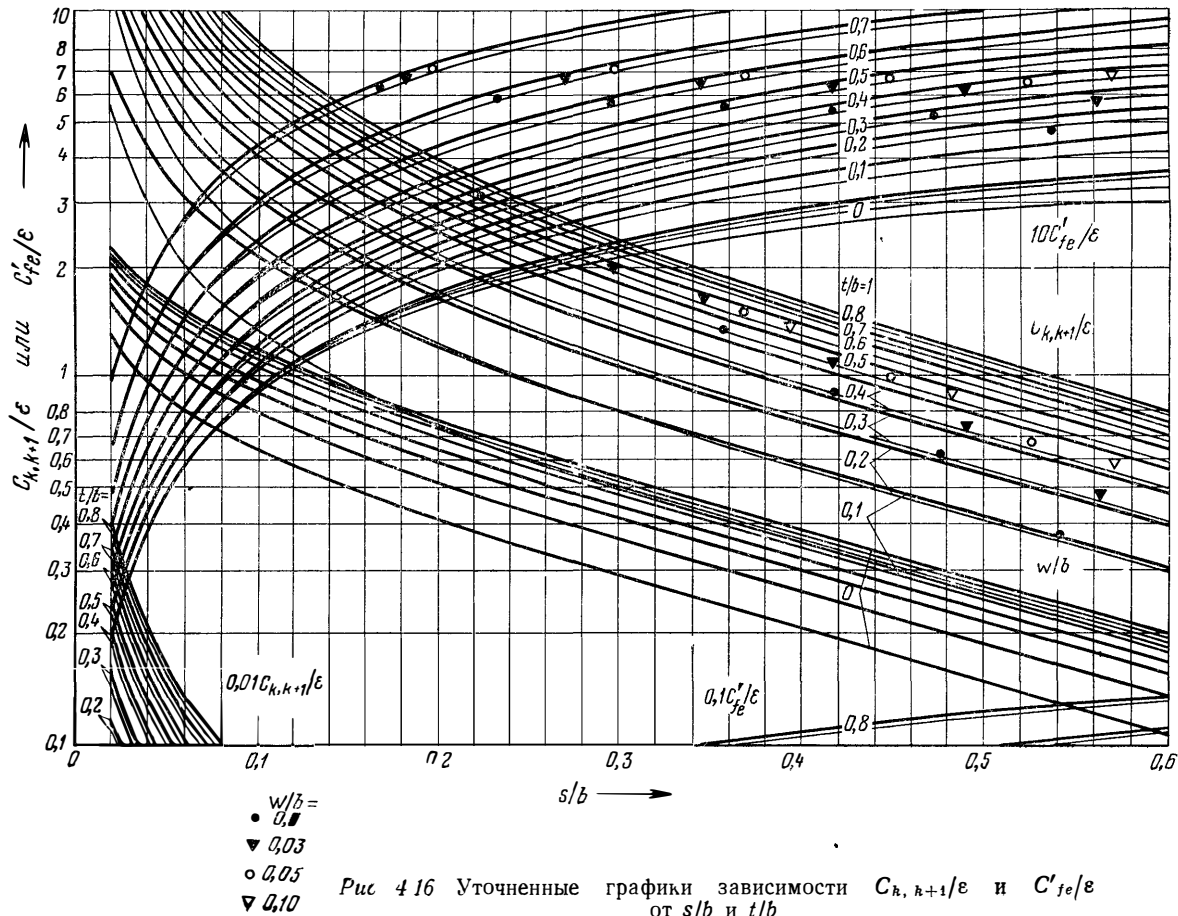


Рис 4 16 Уточненные графики зависимости $C_{k, k+1}/\epsilon$ и C'_{te}/ϵ от s/b и t/b

Далее для расчета размеров структуры необходимо задаться величинами t и b . Загем по известным значениям взаимных емкостей между стержнями $\frac{C_{k, k+1}}{\epsilon}$, используя графики рис. 4.13 или 4.16 (толстые линии), находят расстояния $s_{k, k+1}$ между всеми стержнями. По этим же графикам находят нормированную краевую емкость $\frac{(C'_{fe})_{k, k+1}}{\epsilon}$, соответствующую зазорам между стержнями

В таком случае ширина k -го стержня определяется выражением

$$\omega_k = \frac{b}{2} \left(1 - \frac{t}{b} \right) \left[\frac{C_f}{2\epsilon} - \frac{(C'_{fe})_{k-1, k}}{\epsilon} - \frac{(C'_{fe})_{k, k+1}}{\epsilon} \right]. \quad (4.34)$$

В случае стержня на конце решетки (крайние стержни) емкость для внешнего края стержня должна быть заменена емкостью, которая определяется с помощью графика рис. 4.12. При этом для крайних стержней (например, для нулевого)

$$\omega_0 = \frac{b}{2} \left(2 - \frac{t}{b} \right) \left[\frac{C_0}{2\epsilon} - \frac{C'_f}{\epsilon} - \frac{(C'_{fe})_{01}}{\epsilon} \right]. \quad (4.35)$$

Для найденных значений ω стержней по графику рис. 4.16 уточняют значения $s_{k, k+1}$ и $(C'_{fe})_{k, k+1}$, а затем по ф-лам (4.34) и (4.35) определяют уточненную ширину стержней.

Если решетка ограничена боковыми стенками, удаленными от крайних стержней на расстояния d_0 , то относительная ширина крайнего (например, нулевого) стержня определяется из выражения

$$\frac{\omega_0}{b} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{b} \right) \left(\frac{C_0}{2\epsilon} - \frac{(C'_f)_{01}}{\epsilon} - \frac{C'_{f0}}{\epsilon} \right),$$

где $\frac{C'_{f0}}{\epsilon}$ — краевая емкость нечетного типа колебаний определяется из рис. 4.14 при $s/b = 2 \frac{d_0}{b}$.

РЕШЕТКА ИЗ КРУГЛЫХ СТЕРЖНЕЙ

В ряде случаев из технологических и конструктивных соображений вместо решетки из прямоугольных стерж-

ней целесообразно использовать решетку с круглыми стержнями (рис. 4.17). Такая решетка характеризуется погонными емкостями на землю $\left(\frac{C_k}{\varepsilon}\right)$ и взаимными $\left(\frac{C_{k,k+1}}{\varepsilon}\right)$, причем в большинстве случаев взаимными емкостями между несоседними стержнями можно пренебречь.

Для решетки с бесконечным числом равномерно расположенных одинаковых стержней Кристалом [54] составлены и решены численными методами

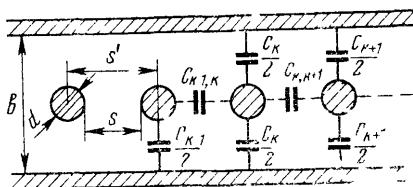


Рис 4.17 Решетка из круглых стержней

интегральные уравнения. Полученные результаты представлены на рис. 4.18 в виде графиков для емкостей (на землю и взаимных) в зависимости от расстояний между стержнями s/b для значений d/b от 0,05 до 0,8. Точность построения графиков равна 2% для взаимных емкостей и 1% для емкостей на землю.

Графики рис 4.18 можно использовать также и для решеток с неодинаковым расположением стержней и при разных их диаметрах

На рис. 4.19 показаны три стержня решетки, причем емкости на землю для каждого стержня разделены на две компоненты, относящиеся к левой и правой частям стержня (C_k^L и C_k^P). При этом делаются следующие предположения:

1) связями между несоседними стержнями можно пренебречь,

2) небольшое изменение размера данного стержня или его расположения относительно другого приводит к изменениям распределения заряда только второго порядка малости на удаленной стороне соседних стержней.

Из этих предположений следует, что взаимная емкость $C_{k,k+1}$ зависит только от правой половины стержня k и от левой половины стержня $k+1$. Это равносильно тому, что вдоль пунктирных линий на рис. 4.19 можно расположить магнитные стенки. Емкость C_k^L зависит от расположения и диаметра соседнего стержня слева, а C_k^P — от расположения и диаметра соседнего стержня справа. Полная емкость на землю k -го стержня рав-

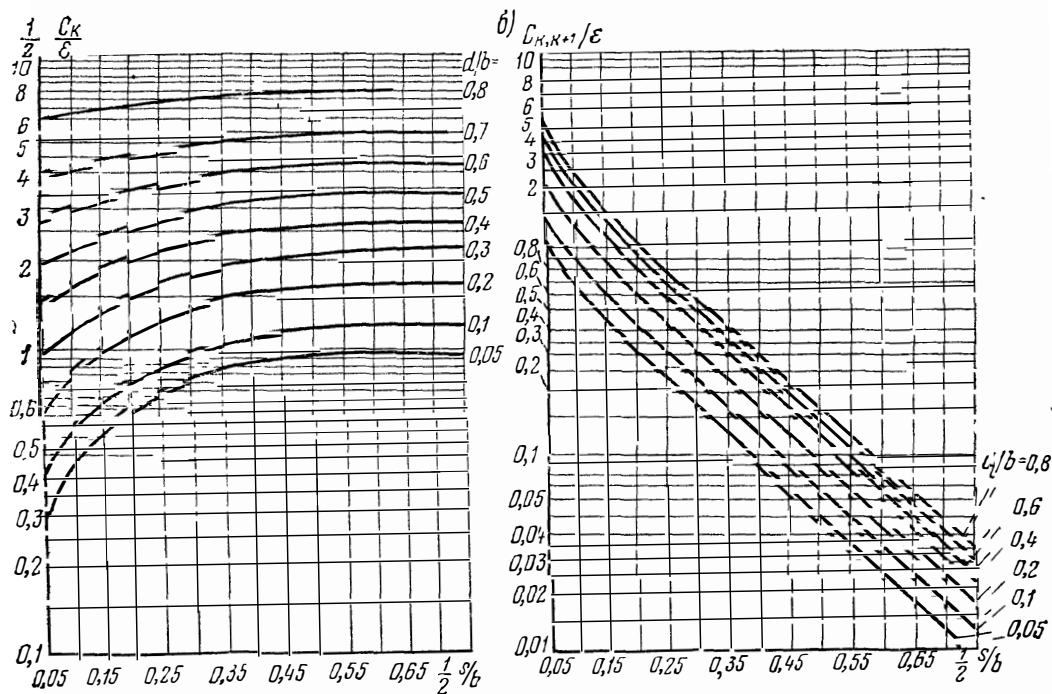


Рис. 4.18. Графики погонных емкостей круглых стержней $C_{k, k+1}/\epsilon$ и $\frac{1}{2} C_k/\epsilon$ от s/b и d/b

на $C_k = C_k^{\text{п}} + C_k^{\text{н}}$. Примерная картина поля при нечетном типе колебаний по напряжению имеет вид, представленный на рис. 4.20, где 1 — силовые линии; жирными линиями отмечены линии нулевого потенциала (потенциала земли) 2 , где можно поместить электрическую стенку.

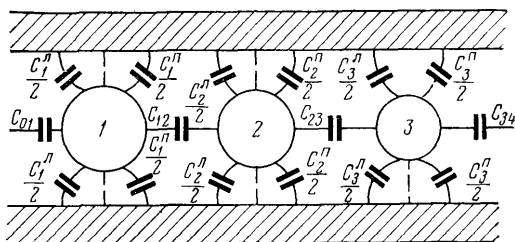


Рис. 4.19. Разложение емкостей для решетки с круглыми стержнями разных диаметров

Линия потенциала земли представляет собой почти прямую линию при средних и больших расстояниях между стержнями, при этом ее положение и форма не очень сильно зависят от диаметров стержней.

При возбуждении решетки в четном режиме грубо можно считать, что положение магнитной стенки совпадает с положением электрической стенки в нечетном режиме. Хотя такое предположение является очень грубым приближением, оно не приводит к значительной ошибке, так как при умеренных расстояниях между стержнями емкости четного режима не очень сильно зависят от расстояний.

Таким образом, для левой половины стержня II (рис. 4.20) граничные условия (для четного и нечетного режимов) будут такими же, как и для системы одинаковых стержней с диаметрами $d = d_2$, равномерно разнесенных на расстояние $S = S^{\text{п}2}$, причем взаимная емкость между стержнями равна C_{12} (расстояние $S^{\text{п}2}/2$ определено на рис. 4.20).

Для правой половины стержня I граничные условия будут такими же, как и для системы одинаковых стержней с диаметрами $d = d_1$, разнесенных на расстояние $S = S^{\text{п}1}$ ($S^{\text{п}1}/2$ определено на рис. 4.20), и взаимная емкость также должна быть равна C_{12} .

Используя такой подход (т. е. рассматривая независимо левую и правую половину стержней и соответствующую

щие граничные условия), можно с помощью графиков рис. 4.18 определить по заданным s/b и d/b соответствующие емкости стержней и, наоборот, по заданным емкостям определить размеры. Так как расчет проводится отдельно для каждой половины стержня, вместо C_k/ϵ и s/b

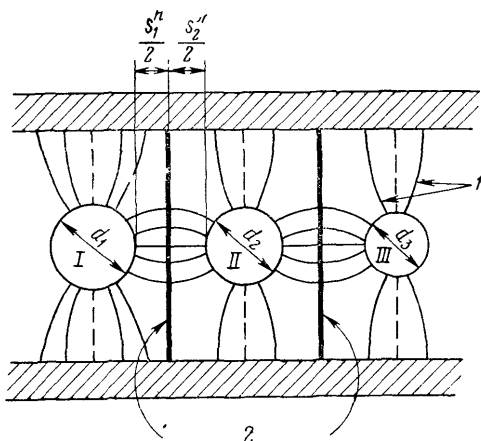


Рис. 4.20. Распределение поля в решетке с круглыми стержнями разных диаметров

на графиках по соответствующим осям отложены половины этих величин. Для удобства пользования Никольсон [88] совместил оба графика в один (рис. 4.21).

Расчет производится следующим образом. Решетка разбивается на подсекции, состоящие из одного стержня, и для каждой подсекции определены емкость относительно земли и взаимные емкости слева и справа. Предположим, что для k -й подсекции

$$\frac{C_{k-1, k}}{\epsilon} = 0,3 \text{ и } \frac{C_{k, k+1}}{\epsilon} = 0,2, \text{ а } \frac{C_k}{\epsilon} = 6,3.$$

Двигаясь по кривым на рис. 4.21, соответствующим значениям взаимных емкостей 0,3 и 0,2, необходимо найти такие точки на этих кривых, чтобы они пересекались с одной и той же кривой постоянного диаметра d/b и при этом сумма получаемых значений емкостей на землю для обеих половин стержня была бы равна C_k/ϵ . Это будет иметь место при $d/b=0,5$. При этом $\left| \frac{1}{2} \cdot \frac{C_k}{\epsilon} \right|^n =$

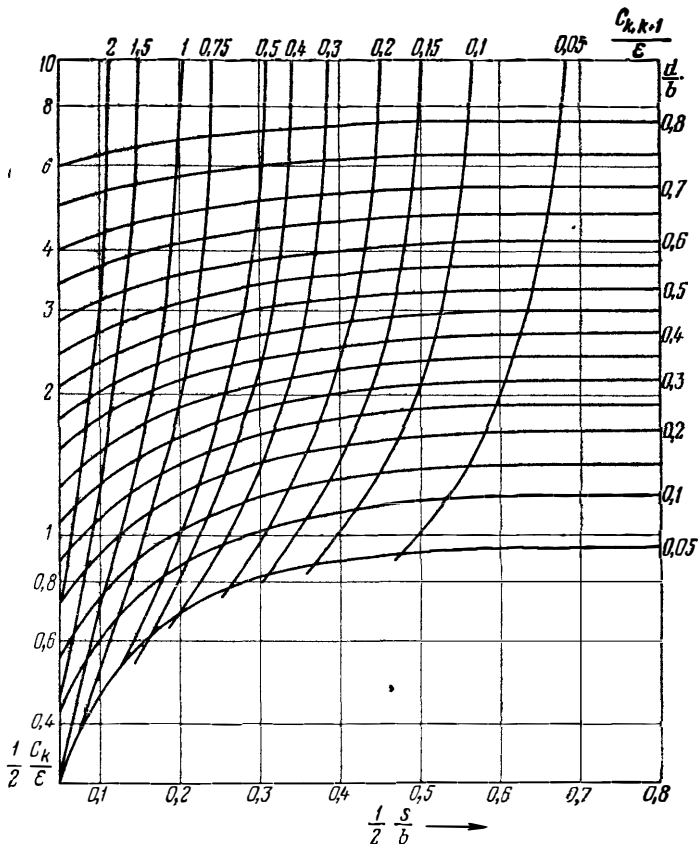


Рис 4.21 Совмещенные графики зависимости $C_{k, k+1}/\epsilon$ и $\frac{1}{2} C_k/\epsilon$ от s/b и d/b

$= 3,1$ и $\left| \frac{1}{2} \cdot \frac{C_k}{\epsilon} \right|^n = 3, 2$, а их сумма равна $6,3 = C_{k/\epsilon}$.
 Соответствующие величины половин расстояний равны $\left(\frac{1}{2} \cdot s/b \right)^n = 0,36$ и $\left(\frac{1}{2} \cdot s/b \right)^n = 0,42$.

Предположим теперь, что для соседнего стержня слева $\frac{C_{k-2, k-1}}{\epsilon} = 1,0$ и $\frac{C_{k-1, k}}{\epsilon} = 0,3$, а $\frac{C_k}{\epsilon} = 4,45$.

В этом случае получим $d/b = 0,4$, а $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{C_{k-1}}{\epsilon} \right)^n = 2,0$ и $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{C_{k-1}}{\epsilon} \right)^n = 2,45$.

Соответствующие половины расстояний равны

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b}\right)_{k-1}^n = 0,165 \text{ и } \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b}\right)_{k-1}^n = 0,345.$$

Полное расстояние между этими двумя стержнями равно

$$\left(\frac{s}{b}\right)_{k-1, k} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b}\right)_{k-1}^n + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b}\right)_k^n = 0,165 + 0,36 = 0,525.$$

Аналогичным образом определяются размеры для других стержней решетки, причем в общем случае необходимо прибегать к интерполяции. Некоторая трудность возникает при этом для крайних стержней. При отсутствии боковой стенки можно считать, что со стороны свободного края взаимная емкость равна нулю. Так как кривые постоянного диаметра почти параллельны оси абсцисс при $\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b} \approx 0,8$, с достаточной степенью точности можно считать, что кривая постоянной взаимной емкости, равной нулю, совпадает с правой границей графика рис. 4.21, т. е. с прямой, параллельной оси ординат и соответствующей величине $\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b} = 0,8$.

Опыт показывает, что изложенный выше метод обеспечивает приемлемую точность для большинства практических структур (например, гребенчатых и встречно-стержневых фильтров и их модификаций). Необходимость подстройки, конечно, возникает, но во многих случаях внутренние стержни структуры почти одинаковы, и расстояния между ними различаются не сильно, поэтому подстройка требуется, главным образом, для крайних стержней. При первоначальной отработке схемы фильтра с этой целью целесообразно предусмотреть возможность некоторого смещения крайних стержней параллельно заземленным плоскостям с целью экспериментального определения их оптимального расположения по величине КСВ.

СИНТЕЗ ФИЛЬТРОВ НА ПОЛОСКОВЫХ
ЛИНИЯХ

5.1. Элементы цепей с распределенными параметрами

При синтезе фильтров с распределенными параметрами предварительное решение задачи проводится с помощью цепей с сосредоточенными постоянными.

Затем полученная цепь с сосредоточенными постоянными преобразуется в цепь с распределенными постоянными с помощью тангенсного частотного преобразования (§ 2.7). В ряде случаев приходится использовать также различные приближенные замены элементов цепей с сосредоточенными и распределенными постоянными.

Таким образом, исходной цепью является цепь с сосредоточенными постоянными R, L, C . При этом: $i\Omega L$ — индуктивное сопротивление; $1/i\Omega C$ — емкостное сопротивление; R — активное сопротивление.

Как известно, сопротивление цепи, составленной из элементов R, L, C , является рациональной функцией $Z(i\Omega)$ от частотной переменной $i\Omega$ с вещественными коэффициентами. Параметры матриц $\|Z\|$, $\|Y\|$ и $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$

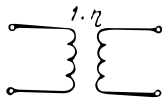
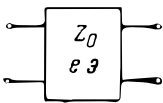
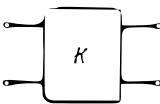
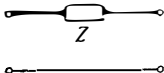
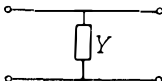
будут также рациональными функциями с вещественными коэффициентами от частотной переменной $i\Omega$.

В табл. 5.1 приведены выражения матриц ряда элементов цепей: сопротивления $Z = \frac{1}{Y}$ при последовательном и параллельном его включении, идеального трансформатора, инвертора, а также единичного элемента.

Идеальный трансформатор является идеализированным элементом, однако его применение облегчает преобразование схем при использовании цепей с распределенными параметрами, особенно связанных линий.

Инвертор и гиратор также являются идеализированными элементами. Однако можно подобрать такие элементы, которые приближенно воспроизводят свойства

Матрицы передачи элементов цепи

Элемент цепи	Схема	Матрица $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$
Идеальный трансформатор		$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & η \end{vmatrix}$
Единичный элемент		$\frac{1}{\sqrt{1-(i\Omega)^2}} \begin{vmatrix} 1 & i\Omega Z_0 \\ i\Omega / Z_0 & 1 \end{vmatrix}$
Инвертор		$\begin{vmatrix} 0 & \pm iK \\ \pm i/K & 0 \end{vmatrix}$
Последовательное сопротивление		$\begin{vmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
Параллельная проводимость		$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{vmatrix}$

инвертора и гиратора. При этом инвертор, как уже было отмечено в § 1.4, используется при синтезе электрических цепей как с сосредоточенными, так и с распределенными постоянными.

Единичный элемент используется при синтезе цепей СВЧ и не имеет тождественного эквивалента в теории цепей с сосредоточенными постоянными. Из сопоставления матриц единичного элемента и инвертора, представленных в табл. 5.1, можно заметить, что при $\Omega \rightarrow \infty$ единичный элемент можно отождествить с инвертором, имеющим коэффициент инверсии $K = Z_0$. Единичные элементы служат для разделения реактивных элементов СВЧ цепей без изменения характеристики затухания фильтров.

Рассмотрим теперь, как изменяются схема и характеристики инверторов и единичных элементов в результате применения тангенсного преобразования. Если использовать это преобразование применительно к цепи рис. 5.1а, то придем к цепи со шлейфами (рис. 5.1б) и

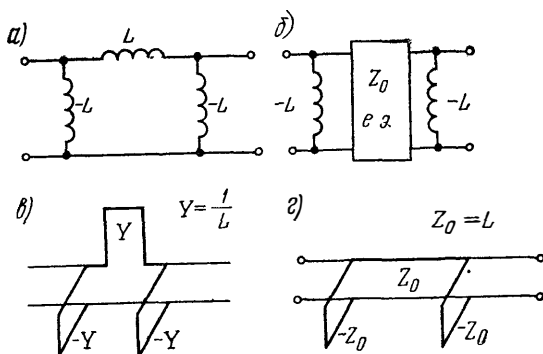


Рис. 5.1. Схемы инверторов

характеристическая проводимость инвертора будет равна

$$J = Y/\operatorname{tg} \theta, \quad (5.1)$$

где $Y = 1/L$, а постоянная передачи $\gamma = i \frac{\pi}{2}$. Таким образом, данная цепь представляет собой инвертор, у которого параметр J зависит от частоты.

На рис. 5.1б изображена цепь в виде единичного элемента с волновым сопротивлением Z_0 , на входе и выходе которого включены параллельные ветви из отрицательных индуктивностей, причем $L = Z_0$; можно показать, что характеристическое сопротивление такой цепи равно

$$Z_x = K = \frac{Z_0 \Omega}{\sqrt{1 + \Omega^2}}, \quad (5.2)$$

а постоянная передачи $\gamma = i \frac{\pi}{2}$. Такая цепь также представляет собой инвертор с параметром, зависящим от частоты.

Если использовать тангенсное частотное преобразование, то из (5.2) можно получить

$$K = \frac{Z_0 \operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} = Z_0 \sin \theta. \quad (5.3)$$

На рис. 5.1г приведена полученная в результате преобразования цепь в развернутом виде со шлейфами. Первый тип инвертора (рис. 5.1б) используется при синтезе гребенчатых фильтров, второй — (рис. 5.1г) при синтезе фильтров со встречными стержнями.

Матрица $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ единичного элемента в результате применения тангенсного преобразования принимает вид

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*}\right)^2}} \begin{vmatrix} 1 & i Z_0 \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} \\ i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} & i Z_0 \sin \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} \\ i \sin \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} & \cos \frac{\pi}{2} \frac{f}{f^*} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & i Z_0 \sin \theta \\ \frac{i \sin \theta}{Z_0} & \cos \theta \end{vmatrix}. \quad (5.4)$$

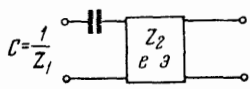
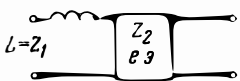
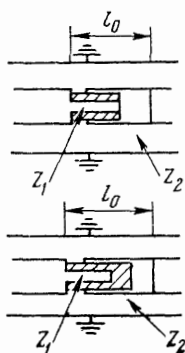
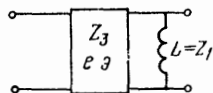
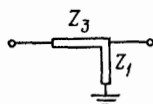
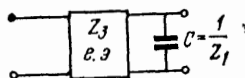
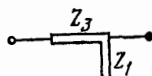
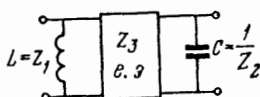
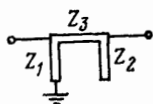
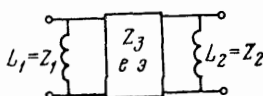
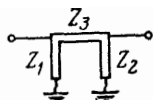
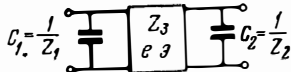
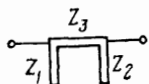
При этом единичный элемент можно трактовать как отрезок передающей линии в четырехполюсном включении с электрической длиной $\theta = \pi f / 2 f^*$ и волновым сопротивлением Z_0 ; под f^* подразумевается опорная частота, на которой отрезок становится четвертьволновым.

Из матрицы (5.4) следует, что при $f \rightarrow f^*$ единичный элемент превращается в инвертор с коэффициентом инверсии $K = Z_0$. Поэтому рис. 1.10 можно дополнить четвертьволновым отрезком в четырехполюсном включении. Развернутый вид некоторых простейших четырехполюсников СВЧ приведен в табл. 5.2, где в одной колонке даны четырехполюсники СВЧ в виде отрезков плосковых и коаксиальных линий, а в другой — соответствующее схематическое изображение.

В табл. 5.3 приведены некоторые полезные преобразования для единичного элемента с присоединенными к нему элементами L или C , известные под названием тождеств Куроды.

В табл. 5.4 даны эквивалентные соотношения для секций на связанных линиях.

Эквивалентные схемы четырехполюсников (СВЧ) Таблица 6.2



**Эквивалентные преобразования Куроды
(тождества Куроды)**

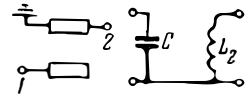
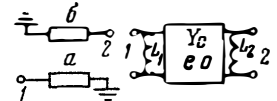
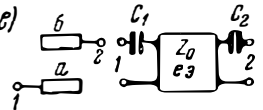
№ пп.	Исходная цепь	Эквивалент	η
I			$1 + Z_0 C$
II			$1 + \frac{Z_0}{\omega L}$
III			$1 + \frac{1}{Z_0 C}$
IV			$1 + \frac{L}{Z_0}$

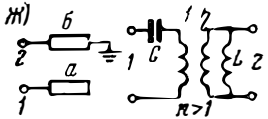
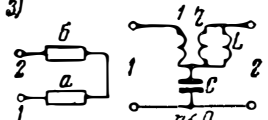
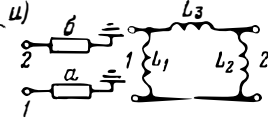
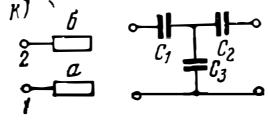
5.2. Гребенчатый фильтр

Далее мы рассмотрим несколько типов фильтров на полосковых линиях. Первым из этих фильтров будет гребенчатый фильтр. Данный термин имеет два совершенно различных значения. Кроме фильтра, гребенчатого по своей механической структуре, рассматриваемого здесь, известен еще фильтр с гребенчатой (обладающей большим количеством полос пропускания) амплитудно-частотной характеристикой, используемый для опти-

Эквивалентные соотношения для секций на связанных линиях

ТЕМ- цепь	Эквивалентная схема	Формулы для расчета элементов
а)		$Z_0 = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2}$
б)		$Y_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Z_{0e}} + \frac{1}{Z_{0o}} \right)$
в)		$Z_{0e} = Z_0 + L + \sqrt{L(Z_0 + L)}$ $Z_{0o} = \frac{Z_0 + L + \sqrt{L(Z_0 + L)}}{1 + \frac{2L}{Z_0} + \frac{2}{Z_0} \sqrt{L(Z_0 + L)}}$

ТЕМ- цель	Эквивалентная схема	Формулы для расчета элементов		
в) 		$Z_{0e} = \frac{L}{CZ_{0o}}$ $Z_{0o} = L - \sqrt{L\left(L - \frac{1}{C}\right)} \quad LC > 1$		
д) 	$\frac{Y_{0e}^a + Y_{0o}^a}{2} = Y_0 + \frac{1}{L_1}$	$Y_{0e}^a + Y_{0e}^b = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$	$\frac{Y_{0e}^b + Y_{0o}^b}{2} = Y_0 + \frac{1}{L_2}$	
е) 	$\frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} = Z_0 + \frac{1}{C_1}$	$Z_{0o}^a + Z_{0o}^b = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$\frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} = Z_0 + \frac{1}{C_2}$	

ТЕМ- цель	Эквивалентная схема	Формулы для расчета элементов		
ж) 	$\frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{\eta^2}$	$Z_{0o}^a + Z_{0o}^b = \frac{1}{C} + L \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)^2$	$\frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} = L$ $\eta^2 > LC(\eta - 1)$	
з) 	$\frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} = \frac{1}{C} + \frac{L}{\eta^2}$	$Z_{0o}^a + Z_{0o}^b = L \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)^2$	$Z_{0e}^b + Z_{0o}^b = \frac{1}{C} + L$	
и) 	$\frac{Y_{0e}^a + Y_{0o}^a}{2} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_3}$	$Y_{0e}^a + Y_{0e}^b = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$	$\frac{Y_{0e}^b + Y_{0o}^b}{2} = \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$	
к) 	$\frac{Z_{0e}^a + Z_{0o}^a}{2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3}$	$Z_{0o}^a + Z_{0o}^b = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$\frac{Z_{0e}^b + Z_{0o}^b}{2} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	

мального приема импульсных сигналов ([67] и др.). Прежде чем представить окончательную схему такого фильтра, рассмотрим получение этой схемы из полиномиального НЧ прототипа.

Схема прототипа представлена на рис. 5.2а. Переход с помощью реактансного преобразования к полосовому фильтру и введение идеальных инверторов, как это было описано в § 2.8 и гл. 3, приводят к схеме рис. 5.2б, элементы которой определяется из соотношений:

$$\left. \begin{aligned} G_{r_1} &= \frac{W \omega_0 C_1^s}{r_1 \alpha_1}; \quad J_{k, k+1} = W \omega_0 \sqrt{\frac{C_k^s C_{k+1}^s}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}; \\ G_{r_n} &= \frac{W \omega_0}{\alpha_n}; \quad L_k^s = \frac{1}{\omega_0^2 C_k^s}; \\ W &= \frac{\Delta \omega}{\omega_0}, \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

где C_k^s — произвольно выбираемые емкости параллельных колебательных контуров; α и r — элементы прототипов.

Заметим, что при четном n схема прототипа и соответствующая ей схема полосового фильтра без инверторов будут антисимметричными, при нечетном n — симметричными [80].

Схема с инверторами рис. 5.2б будет в общем случае несимметричной, независимо от того, была ли исходная схема симметричной или антисимметричной, поскольку параметры $C_{s_1}, C_{s_2}, \dots, C_{s_n}$ можно выбрать произвольным образом, что обусловит определенные величины нагрузочных проводимостей и параметры инверторов. Возможность получения симметричной структуры из симметричного или антисимметричного прототипа следует из свойств инвертора. Заметим, что введение единичного инвертора в середину антисимметричного прототипа переводит его правую часть в схему, дуальную исходной, т. е. мы получаем симметричную структуру.

В дальнейшем будем рассматривать только левые части схем, так как проводимые для всей схемы преобразования будут аналогичны для правой и левой частей схем.

Заменим теперь идеальные инверторы четырехполюсниками типа изображенных на рис. 1.10. На рис. 5.2в приведена такая цепь. Четырехполюсники, заменившие инверторы, обведены пунктиром.

Если выбрать значение индуктивностей из условия

$$J_{k, k+1} = \frac{1}{L_{k, k+1} \omega_0},$$

$$k = 1 \dots n - 1, \quad (5.6)$$

то цепи рис. 5.2 б и рис. 5.2 в будут эквивалентными на частоте $\omega = \omega_0$. На остальных частотах эквивалентность будет нарушена. Однако вблизи частоты ω_0 с расчетной точностью можно считать, что цепи эквивалентны

На рис. 5.2 г схема рис. 5.2 в изображена таким образом, что индуктивности L_k^s представлены в виде трех параллельных индуктивностей:

$$\frac{1}{L_1^s} = \frac{1}{L} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_{12}};$$

$$\frac{1}{L_k^s} \Big|_{k=2}^{n-1} = \frac{1}{L_{k-1, k}} + \frac{1}{L_k} + \frac{1}{L_{k, k+1}};$$

$$\frac{1}{L_n^s} = \frac{1}{L_{n-1, n}} + \frac{1}{L_n} + \frac{1}{L'}. \quad (5.7)$$

Очевидно, что параллельные ветви $L_{k, k+1}$ и $-L_{k, k+1}$ взаимно компенсируются, в результате получается схема рис. 5.2 д. Эту схему можно упростить и дальше, объединив индуктивности L и L_1 в одну ветвь и аналогичным образом объединив индуктивности L' и L_n в правой части схемы (они не показаны на рисунке). В результате придем к схеме, имеющей n индуктивных и емкостных параллельных ветвей и $n-1$ индуктивную последовательную ветвь. Схема рис. 5.2 д будет иметь $2n-1$ нулей передачи при $\omega = \infty$, обусловленных параллельными емкостями и последовательными индуктивностями, и один нуль передачи при $\omega = 0$, обусловленный параллельной индуктивностью n -й ветви; в то же время исходный полосовой фильтр имел n нулей передачи при $\omega = \infty$ и столько же нулей передачи при $\omega = 0$.

Таким образом, замена идеальных инверторов неидеальными привела к существенному искажению характеристики вдали от частоты $\omega = \omega_0$. Как уже отмечалось в гл. 3, крутизна характеристики затухания возрастает в правой части и будет менее крутой, чем расчетная, в левой части, причем этот эффект будет тем сильнее выражен, чем больше n .

Для узких полос пропускания вероятные искажения характеристики в полосе пропускания и в ее окрестности

будут меньше. В этой связи следует также отметить, что так как общее число нулей передачи сохраняется равным $2n$, то можно ожидать, что в полосе пропускания число всплесков затухания будет соответствовать исходному полосовому фильтру рис. 5.2б.

При переходе от рис. 5.2д к рис. 5.2е в схему введен единичный элемент с характеристической проводимостью $Z_0 = 1/G_{Tn}$, в правой части аналогичным образом введен единичный элемент с волновой проводимостью

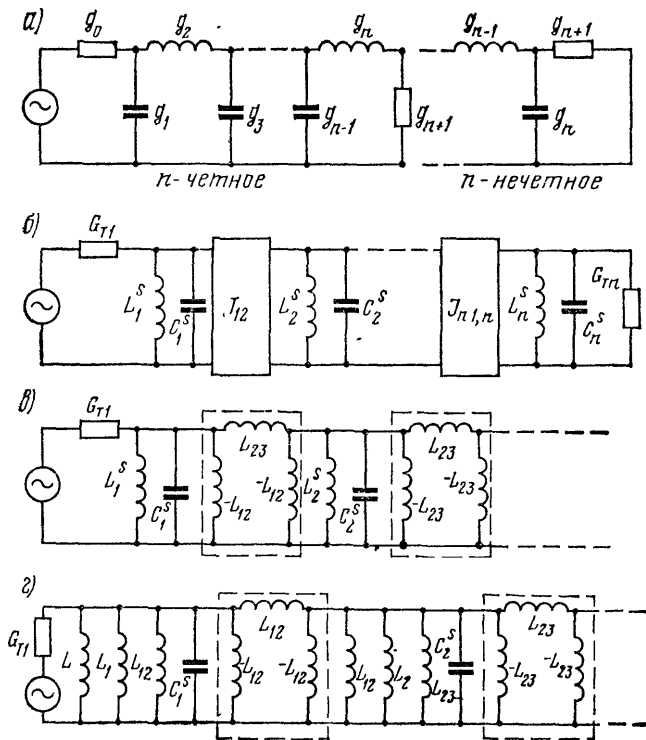
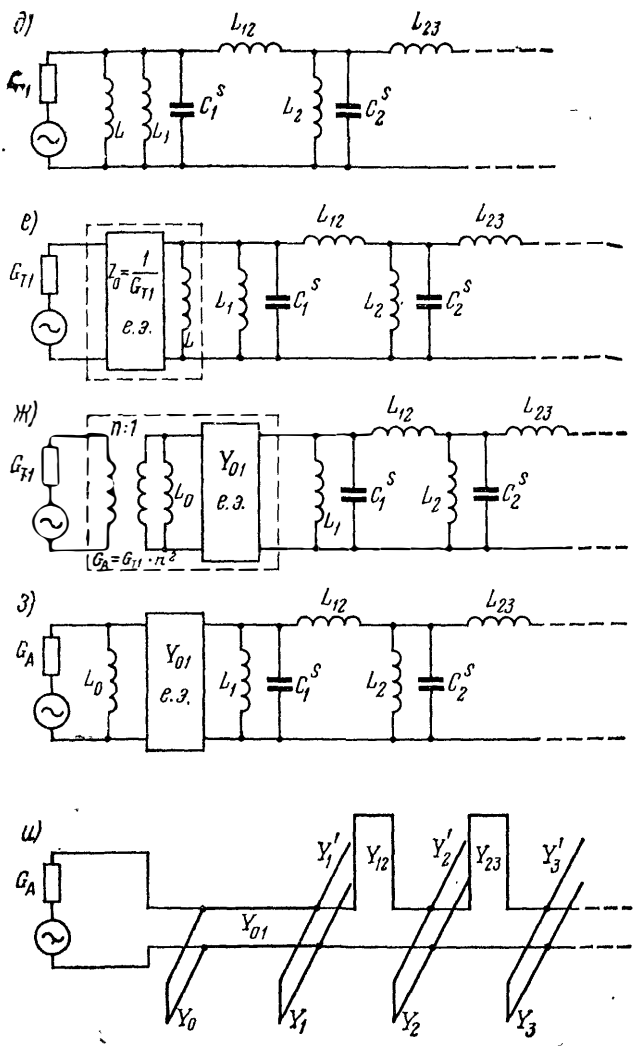


Рис. 5.2 Иллюстрация к выводу расчетных

$Z_0 = 1/G_{Tn}$. Преобразование такого типа, как уже отмечалось, не изменяет характеристику передачи мощности. Схемы рис. 5.2е и рис. 5.2ж различаются только тем, что в них произведено эквивалентное преобразование четырехполюсников, обведенных пунктиром. Это преобразование показано также отдельно на рис. 5.3а. Введение



формул для гребенчатых фильтров

единичного элемента и использование преобразования рис. 5.3а позволило получить схему с трансформатором на входе. Изменив нагрузочное сопротивление, чтобы исключить трансформатор, получаем схему рис. 5.3з, от которой, в свою очередь, можно перейти к схеме рис. 5.2и, если использовать тангенсное частотное преоб-

зование (2.64). При этом

$$\left. \begin{aligned} Y_k |_{k=0, \dots, n+1} &= \frac{1}{L_k}; & Y_{k, k+1} |_{k=1, \dots, n-1} &= \frac{1}{L_{k, k+1}}; \\ Y'_k |_{k=1, \dots, n} &= C_k^s. \end{aligned} \right\} (5.8)$$

На рис. 5.3б, в приведены эквивалентные преобразования, которые позволяют от схемы со шлейфами (рис.

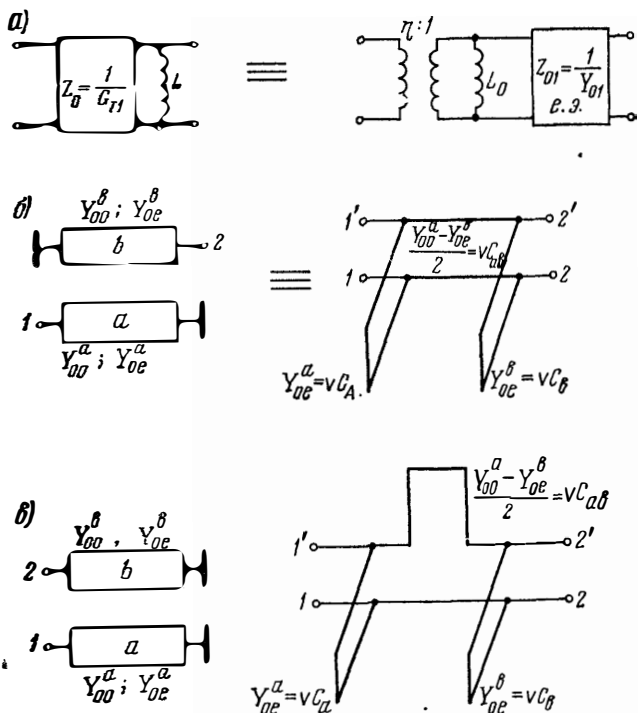


Рис. 5.3. Эквивалентные преобразования при выводе формул для расчета гребенчатых фильтров для рис. а

$$\begin{aligned} \eta^2 &= \frac{G_A}{G_T}; & Y_{01} &= \frac{\eta}{z_0} = \eta G_{T1} = \frac{G_A}{\eta}; & \frac{1}{L_0} &= \frac{\eta(\eta-1)}{z_0} = \\ &= \eta^2 G_{T1} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = G_A \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = G_A \left(1 - \sqrt{\frac{G_{T1}}{G_A}}\right); & Y_{01} &= \\ &= G_A - \frac{1}{L_0}; & \eta &= 1 + \frac{z_0}{L}; & \frac{1}{L} &= -\frac{\eta-1}{z_0} = (\eta-1)G_{T1} = Y_{01} - G_{T1} = \\ & & & & &= G_A - \frac{1}{L_0} - G_{T1} \end{aligned}$$

5.2u) перейти к структуре на связанных линиях в комбинации с емкостными шлейфами (см. рис. 5.4a), которую можно назвать модифицированным гребенчатым фильтром. Заменяв емкостные шлейфы сосредоточенными емкостями, что допустимо для не слишком широкой полосы частот, мы приходим к схеме на рис. 5.4б.

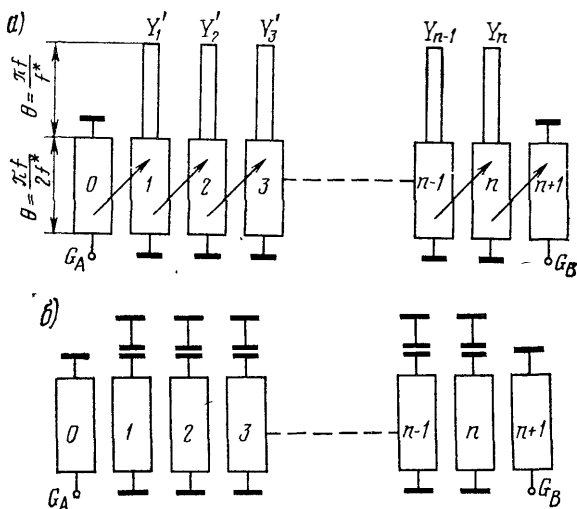


Рис. 5.4. Схема гребенчатого модифицированного фильтра (а), схема гребенчатого фильтра (б)

Заметим, что схему рис. 5.4б можно получить более простым путем (к тому же, избавившись от погрешностей, связанных с приближенной заменой схемы рис. 5.2б схемой рис. 5.2в), если воспользоваться точным методом синтеза, основанным на применении дроби Чебышева и описанным в гл. 3. В этом случае единственным приближенным переходом будет замена емкостных шлейфов сосредоточенными емкостями (от рис. 5.4a к рис. 5.4б), а исходной схемой вместо НЧ прототипа рис. 5.2a будет схема рис. 5.2д. Рассмотрим теперь методику инженерного расчета гребенчатого фильтра. Для конструктивного расчета фильтра необходимо знать:

- 1) волновые проводимости емкостных шлейфов:

$$Y'_k |_{k=1, \dots, n} = C_k^s; \quad (5.9)$$

- 2) собственные емкости стержней:

$$\frac{C_k}{\varepsilon} |_{k=0, \dots, n} = \frac{120\pi Y_k}{\sqrt{\varepsilon_r}}; \quad (5.10)$$

3) взаимные емкости стержней:

$$\frac{C_{k, k+1}}{\varepsilon} \Big|_{k=0, \dots, n} = \frac{120\pi Y_{k, k+1}}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \quad (5.11)$$

Определим теперь величины, стоящие в правых частях выражений (5.9) — (5.11).

Предварительно остановимся несколько подробнее на преобразовании схемы рис. 5.2е в схему рис. 5.2ж, т. е. на преобразовании, изображенном на рис. 5.3а. Исходными величинами при этом следует считать значение проводимостей нагрузок G_{T1} и G_A . Коэффициент трансформации, естественно, выбирается из условия

$$\eta^2 = G_A/G_{T1}. \quad (5.12)$$

Необходимые соотношения для элементов схем можно получить, если воспользоваться тождеством Куроды, приведенным в табл. 5.3 под № II. Эти соотношения приведены под рис. 5.3а.

Для дальнейшего важны следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} Y_0 &= \frac{1}{L_0} = G_A \left(1 - \sqrt{\frac{G_{T1}}{G_A}} \right); \\ Y_{01} &= G_A - \frac{1}{L_0} = G_A - Y_0; \\ Y &= \frac{1}{L} = G_A - Y_0 - G_{T1}. \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Эти соотношения записаны с учетом выражений (5.8). Аналогично для правой части схемы можно получить:

$$\left. \begin{aligned} Y_{n+1} &= \frac{1}{L_{n+1}} = G_B \left(1 - \sqrt{\frac{G_{Tn}}{G_B}} \right); \\ Y_{n, n+1} &= G_B - \frac{1}{L_{n+1}} = G_B - Y_{n+1}; \\ Y' &= \frac{1}{L'} = G_B - Y_{n+1} - G_{Tn}. \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

Уравнения (5.13) и (5.14) написаны для общего случая работы фильтра с произвольными и неравными друг другу активными нагрузками G_A и G_B .

Используя выражения (5.7), можно получить с учетом (5.13) и (5.14):

$$\begin{aligned}
 Y_1^s &= \frac{1}{L_1^s} = \frac{1}{L_{01}} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_{12}} = Y + Y_1 + Y_{12} = \\
 &= Y_{01} + Y_1 + Y_{12} - G_{T1} = G_A - Y_0 + Y_1 + Y_{12} - G_{T1}; \\
 Y_k^s |_{k=2, \dots, n-1} &= \frac{1}{L_k^s} = \frac{1}{L_{k-1, k}} + \frac{1}{L_k} + \frac{1}{L_{k, k+1}} = \\
 &= Y_{k, k-1} + Y_k + Y_{k, k+1}; \\
 Y_n^s &= \frac{1}{L_n^s} = \frac{1}{L'} + \frac{1}{L_n} + \frac{1}{L_{n-1, n}} = Y' + Y_n + Y_{n-1, n} = \\
 &= Y_{n, n+1} + Y_n + Y_{n-1, n} - G_{Tn} = G_B - Y_{n+1} + Y_n + \\
 &+ Y_{n-1, n} - G_{Tn}.
 \end{aligned}
 \tag{5.15}$$

При этом:

$$\begin{aligned}
 Y_1^s &= v(C_{01} + G_1 + C_{12}) - G_{T1} = Y_{a1} - G_{T1}; \\
 Y_k^s |_{k=2, \dots, n-1} &= v(C_{k-1, k} + C_k + C_{k, k+1}); \\
 Y_n^s &= v(C_{n, n+1} + C_n + C_{n-1, n}) - G_{Tn} = Y_{an} - G_{Tn},
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

где v — скорость распространения электромагнитной энергии.

Параметры Y_{a1} и Y_{an} для первого и n -го стержней структуры из связанных линий, а также параметры Y_k^s для всех остальных стержней, расположенных между первым и n -м стержнями, являются волновыми проводимостями соответствующих стержней, когда все остальные стержни заземлены.

Рекомендуется (для всех $k=1 \div n$) брать $\frac{1}{Y_k^s} = 74$ Ом, что соответствует $Y_k^s = 0,0135$ мо. Если при этом входная нагрузка фильтра равна $G_A = \frac{1}{50} = 0,02$ мо, то получаем приведенное значение параметров $\frac{Y_k^s}{C_A} = 0,677$. Стержни при этом получают достаточно широкими и высокодобротными. Стержни 1-й и n -й согласно (5.16) при этом будут несколько более высокоомными.

Приведенных соотношений достаточно, чтобы получить необходимые расчетные формулы. Проведем это для наиболее употребительного случая равных нагрузок фильтра, т. е. для случая $G_A = G_B$.

Задавшись значениями $k=1 \rightarrow n$, можно определить волновые проводимости емкостных шлейфов схемы рис. 5.4а из условия

$$Y'_k = C_k^s = \frac{1}{\omega_0^2 L_k^s} = \frac{Y_k^s}{\omega_0^2} = G_A \left(\frac{Y_k^s}{G_A} \right) \frac{1}{\omega_0^2}. \quad (5.17)$$

Сосредоточенные емкости гребенчатого фильтра схемы рис. 5.4б легко определяются по величинам Y_k^s с помощью обратного реактансного преобразования:

$$C_k^s = \frac{Y_k^s}{\omega_0 4f^* \operatorname{arctg} \omega_0}. \quad (5.18)$$

Полная проводимость резонансной параллельной ветви при замене емкостных шлейфов сосредоточенными емкостями определяется из выражения

$$s_k = \left(\frac{4f^* \operatorname{arctg} \omega}{\omega_0 4f^* \operatorname{arctg} \omega_0} - \frac{1}{\omega} \right) Y_k^s = \left(\frac{\operatorname{arctg} \omega}{\omega_0 \operatorname{arctg} \omega_0} - \frac{1}{\omega} \right) Y_k^s. \quad (5.19)$$

Крутизна проводимости параллельной ветви равна

$$b_k = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{dB_k^s}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0}. \quad (5.20)$$

где

$$\frac{dB_k^s}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = Y_k^s \left(\frac{1}{(1 + \omega_0^2) \omega_0 \operatorname{arctg} \omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2} \right), \quad (5.21)$$

следовательно,

$$\frac{b_k}{G_A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Y_k^s}{G_A} \left(\frac{1}{(1 + \omega_0^2) \operatorname{arctg} \omega_0} + \frac{1}{\omega_0} \right). \quad (5.22)$$

Тогда параметры инверторов в схеме рис. 5.4б и значения G_{T1} и G_{Tn} определяются из условий (5.5), которые в результате нормирования приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{G_{T1}}{G_A} &= \frac{W \frac{b_1}{G_A}}{\alpha_1 r}; \\ \frac{J_{k, k+1}}{G_A} \Big|_{k=1 \text{ до } n-1} &= W \sqrt{\frac{b_k/G_A \times b_{k+1}/G_A}{\alpha_k \alpha_{k+1}}}; \\ \frac{G_{Tn}}{G_A} &= W \frac{b_n}{G_A} / \alpha_n. \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

Из (5.6) получаем

$$Y_{k, k+1} = \frac{1}{L_{k, k+1}} = J_{k, k+1} \omega_0. \quad (5.24)$$

В выражениях (5.17) — (5.24)

$$W = \frac{\omega_p - \omega_{-p}}{\omega_0}; \quad (5.25)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_p \omega_{-p}}, \quad (5.26)$$

причем ω_p, ω_{-p} — граничные частоты полосы пропускания, полученные с помощью тангенсного преобразования (2.64).

Из полученных выше соотношений легко получить формулы для взаимных и собственных емкостей стержней.

Собственные емкости стержней:

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_0}{\varepsilon} &= \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_0 = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \left(1 - \sqrt{\frac{G_{T1}}{G_A}} \right); \\ \frac{C_1}{\varepsilon} &= \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_1 = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} (Y_1^s + G_{T1} - G_A - Y_{12} + Y_0) = \\ &= \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \left(\frac{Y_1^s}{G_A} - 1 + \frac{G_{T1}}{G_A} - \frac{J_{12} \omega_0}{G_A} \right) + \frac{C_0}{\varepsilon}; \\ \frac{C_k}{\varepsilon} \Big|_{k=2, \dots, n-1} &= \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_k = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} (Y_k^s - Y_{k-1, k} - \\ &- Y_{k, k+1}) = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \left(\frac{Y_k^s}{G_A} - \frac{J_{k-1, k} \omega_0}{G_A} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{J_{k, k+1} \omega_0}{G_A} \right); \\ \frac{C_n}{\varepsilon} &= \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \left(\frac{Y_n^s}{G_A} + \frac{G_{Tn}}{G_A} - 1 - \frac{J_{n-1, n} \omega_0}{G_A} \right) + \\ &\quad + \frac{C_{n+1}}{\varepsilon}; \\ \frac{C_{n+1}}{\varepsilon} &= \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \left(1 - \sqrt{\frac{G_{Tn}}{G_A}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

Взаимные емкости стержней:

$$\frac{C_{01}}{\varepsilon} = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_{01} = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} (G_A - Y_0) = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A - \frac{C_0}{\varepsilon};$$

$$\frac{C_{k, k+1}}{\varepsilon} \Big|_{k=1 \dots n} = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} Y_{k, k+1} = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A} - \omega_0 \right);$$

$$\frac{C_{n, n+1}}{\varepsilon} = \frac{120 \pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A - \frac{C_{n+1}}{\varepsilon}.$$
(5.28)

Пример расчета гребенчатого фильтра дан в приложении 2.

5.3. Кондуктивная связь в гребенчатых фильтрах

На рис. 5.5 показан гребенчатый фильтр, в котором оконечные резонаторы непосредственно соединяются с нагрузкой с помощью кондуктивной связи.

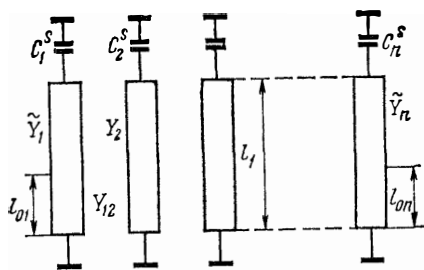


Рис. 5.5. Гребенчатый фильтр с кондуктивной связью

Такой конструкции реализуется с меньшими габаритами, чем описанный в § 5.2 гребенчатый фильтр с дополнительными трансформирующими стержнями.

Приведенные ниже соотношения получены путем определения волновых проводимостей, а затем погонных нормированных емкостей оконечных резонаторов с использованием эквивалентных схем четырехполюсников из отрезков связанных линий.

Схема фильтра с кондуктивной связью имеет отличающиеся от схемы рис. 5.4б значения волновых проводимостей оконечных резонаторов, а следовательно, и погонных нормированных собственных емкостей:

Схема фильтра с кондуктивной связью имеет отличающиеся от схемы рис. 5.4б значения волновых проводимостей оконечных резонаторов, а следовательно, и погонных нормированных собственных емкостей:

$$\frac{\tilde{C}_1}{\varepsilon} = \frac{C_1}{\varepsilon} + \frac{C_{01}}{\varepsilon} - \frac{(C_{01}/\varepsilon)^2}{\left(\frac{C_1}{\varepsilon}\right)^2 + \left(\frac{C_{01}}{\varepsilon}\right)^2};$$

$$\frac{\tilde{C}_n}{\varepsilon} = \frac{C_n}{\varepsilon} + \frac{C_{n, n+1}}{\varepsilon} - \frac{(C_{n, n+1}/\varepsilon)^2}{(C_n/\varepsilon)^2 + (C_{n, n+1}/\varepsilon)^2} \quad (5.29)$$

где C_1 и C_n , C_{01} и $C_{n, n+1}$ определены из выражений (5.27) и (5.28).

Кроме того, схема фильтра на рис. 5.5 характеризуется точками включения кондуктивных связей (см. рис. 5.5):

$$l_{01} = \frac{v}{2\pi f_0 \sqrt{\epsilon_r}} \arcsin \left[\frac{(C_{01}/\epsilon) \sqrt{\epsilon_r} \sin \arctg \omega_0}{376,7 G_A} \right];$$

$$l_{0n} = \frac{v}{2\pi f_0 \sqrt{\epsilon_r}} \arcsin \left[\frac{\left(\frac{C_{n, n+1}}{\epsilon} \right) \sqrt{\epsilon_r} \sin \arctg \omega_0}{376,7 G_B} \right], \quad (5.30)$$

где v , как и ранее, скорость распространения электромагнитной энергии; l_{01} и l_{0n} — расстояния от заземленных концов крайних стержней до точек отвода на входе и выходе фильтра.

При узкой полосе пропускания ($\frac{\Delta f}{f_0} < 5\%$) выражение (5.29) сводится к виду

$$\frac{\tilde{C}_1}{\epsilon} \approx \frac{C_1}{\epsilon}; \quad \frac{\tilde{C}_n}{\epsilon} \approx \frac{C_n}{\epsilon}, \quad (5.31)$$

а выражения (5.31) с учетом (5.27), (5.28), (5.23) принимают вид

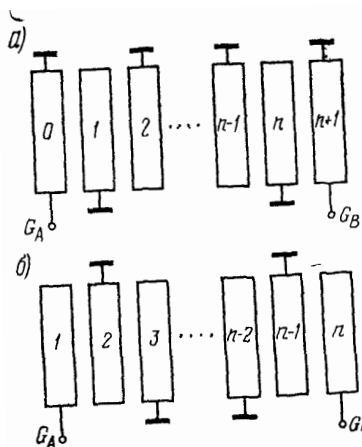
$$l_{01} \approx l_1 \sqrt{\frac{2\pi \Delta f C_1^s}{\alpha_1 r_1 G_A}};$$

$$l_{0n} \approx l_1 \sqrt{\frac{2\pi \Delta f C_n^s}{\alpha_n \cdot G_B}}, \quad (5.32)$$

где l_1 — длина стержней гребенчатого фильтра.

5.4. Встречно-стержневые фильтры

На рис. 5.6 приведены схемы двух типов фильтров на встречных стержнях, применяющихся при узкой и средней полосе пропускания (рис. 5.6а) и при широкой полосе пропускания (рис. 5.6б). В этих фильтрах используются полосковые резонаторы, работающие на волне ТЕМ. Длина каждого стержня равна четверти длины волны на средней частоте полосы пропускания; на одном конце каждый стержень короткозамкнут, на другом — разомкнут (у фильтра рис. 5.6б крайние стержни разомкнуты). Связь осуществляется посредством краевых полей между соседними резонаторами: Для фильтра, изображенного на рис. 5.6а, линии от 1-й до n -й яв-



ляются резонаторами, а линии 0 и $n + 1$ служат трансформаторами сопротивлений. Для фильтра, изображенного на рис. 5.6б, все линии от 1-й до n -й являются резонаторами.

Рис. 5.6. Встречно-стержневой фильтр для узких и средних полос пропускания (а); встречно-стержневой фильтр для широких полос пропускания (б)

Рассмотрим вывод формул для приближенного расчета фильтра, изображенного на рис. 5.6а. Частотная характеристика затухания фильтра показана на рис. 5.7а. Опорная частота определяется из условия

$$f^* = f_0 = \frac{f_1 + f_{-1}}{2}. \quad (5.33)$$

Тангенсное преобразование частоты (2.64) переводит эту характеристику в характеристику фильтра верхних частот (рис. 5.7б) с частотой среза

$$\omega_{-1} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-1}}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{W}{2} \right), \quad (5.34)$$

где $W = \frac{f_1 + f_{-1}}{2}$, (5.35)

и граничной частотой полосы задерживания

$$\omega_{-s} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{-s}}{f^*}. \quad (5.36)$$

Реактансное преобразование частоты

$$\Omega = \omega_1 / \omega \quad (5.37)$$

переводит характеристику ФВЧ в характеристику нормированного НЧ прототипа рис. 5.7в с частотой среза $\Omega_1 = 1$ и граничной частотой полосы задерживания

$$\Omega_s = \frac{\omega_{-1}}{\omega_{-s}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{-1}}{f^*}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{-s}}{f^*}}. \quad (5.38)$$

Поэтому процедура расчета начинается с выбора схемы исходного НЧ прототипа n -го порядка, обеспечивающего заданную величину затухания на частоте Ω_s (рис. 5.7в).

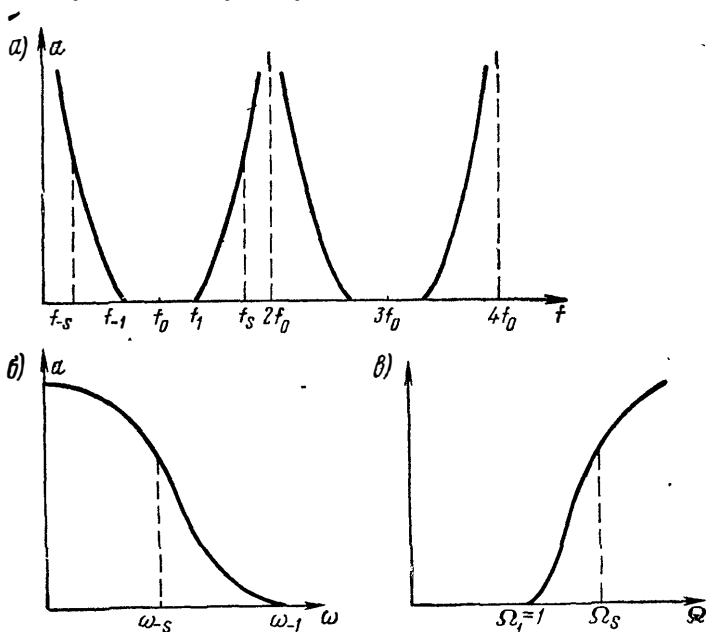


Рис. 5.7. Характеристика полосового фильтра СВЧ (а); характеристика ФВЧ (б); характеристика нормированного НЧ прототипа (в)

С помощью реактансного преобразования частоты (5.37) осуществляется переход от схемы прототипа (рис. 5.8а) к схеме ФВЧ с частотой среза ω_{-1} (рис. 5.8б). Элементы ФВЧ определяются из выражений:

$$C_v = \frac{1}{\omega_{-1} \alpha_v R_2}, \quad (5.39)$$

$$L_\mu = \frac{R_2}{\omega_{-1} \alpha_\mu},$$

где α_v , α_μ , r_1 — элементы НЧ прототипа.

Далее в схему ФВЧ вводятся инверторы проводимостей, как показано на рис. 5.8в. В этой схеме элементы G_A , G_B , L_1, \dots, L_n выбираются произвольно.

Схемы рис. 5.8в и 5.8б обладают одинаковой характеристикой затухания, если параметры идеальных ин-

верторов определяются из условия

$$\left. \begin{aligned} J_{01} &= \sqrt{\frac{G_A}{\omega_{-1} L_1 r_1 \alpha_1}}; \\ J_{n, n+1} &= \sqrt{\frac{G_B}{\omega_{-1} \alpha_n L_n}}; \\ J_{k, k+1} &= \sqrt{\frac{1}{\omega_{-1}^2 \alpha_k \alpha_{k+1} L_k L_{k+1}}} \end{aligned} \right\} \quad (5.40)$$

Если разбить схему ФВЧ с инверторами на звенья, как показано на рис. 5.8г, и выбрать значения

$$L_k = \frac{1}{G_A \omega_{-1}} = \frac{1}{G_B \omega_{-1}}, \quad k = 1, \dots, n, \quad (5.41)$$

то выражения (5.40) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{J_{01}}{G_A} &= \frac{1}{\sqrt{r_1 \alpha_1}}; \\ \frac{J_{n, n+1}}{G_B} &= \frac{1}{\sqrt{\alpha_n}}; \\ \frac{J_{k, k+1}}{G_A} &= \sqrt{\frac{1}{\alpha_k \alpha_{k+1}}} \end{aligned} \right\} \quad (5.42)$$

Далее в соответствии с тангенсным преобразованием производится замена звеньев ФВЧ структурами СВЧ: индуктивности заменяются четвертьволновыми короткозамкнутыми отрезками линий, а инверторы — единичными элементами, т. е. четвертьволновыми отрезками в четырехполюсном включении, которые, как показано в § 5.2, обладают свойствами инверторов в узкой полосе частот. Тогда все внутренние звенья ФВЧ в соответствии с табл. 5.4 можно заменить секциями из связанных линий, как показано на рис. 5.8д.

В замене идеального инвертора структурой с частотонезависимым коэффициентом инверсии заключается приближенность описываемой методики синтеза. Характеристическая проводимость внутреннего звена ФВЧ (рис. 5.8г) с учетом (5.41) определяется из выражения

$$\begin{aligned} Y_{\text{ФВЧ}} &= \sqrt{Y_{\text{ХХ}} Y_{\text{КЗ}}} = \sqrt{J_{k, k+1}^2 - \frac{1}{4\omega^2 L_k^2}} = \\ &= \sqrt{J_{k, k+1}^2 - \frac{G_A^2 \omega_{-1}^2}{4\omega}}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

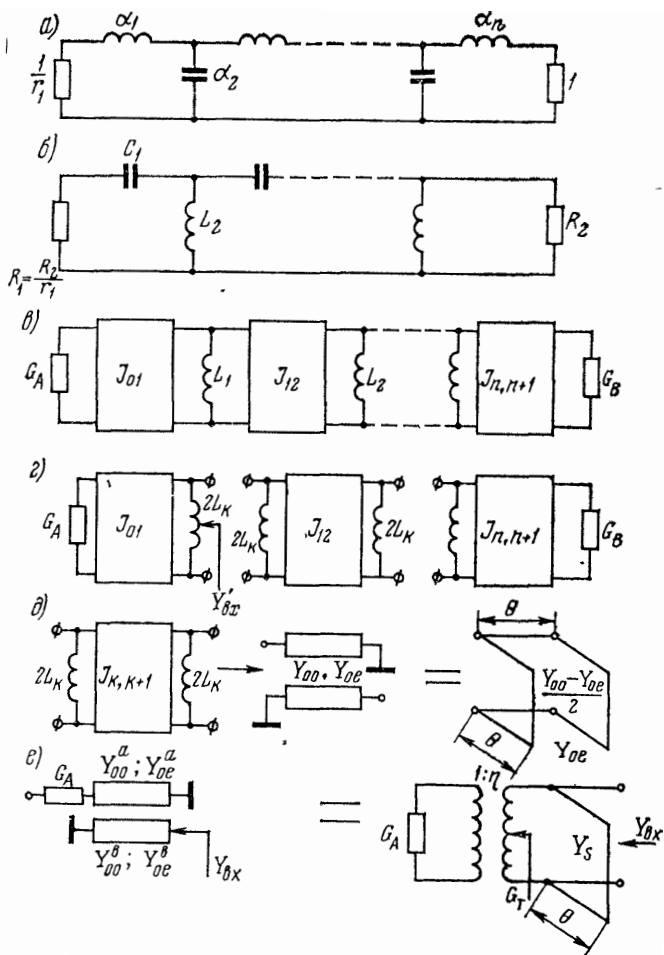


Рис. 5.8. Иллюстрации к выводу формул для расчета встречно-стержневых фильтров

Характеристическая проводимость параллельно связанного звена (рис. 5.8д) определяется из выражения

$$Y_{\text{св. зв}} = \frac{V(Y_{00} - Y_{0e})^2 - (Y_{00} + Y_{0e})^2 \cos^2 \theta}{2 \sin \theta}, \quad (5.44)$$

где $\theta = \text{arctg } \omega$.

Соотношения между параметрами параллельно связанных внутренних звеньев $S_{12} - S_{n-1, n}$ (рис. 5.8д) и

внутренних звеньев ФВЧ (рис. 5.8а) определяются из условий эквивалентности с точностью до постоянного множителя \hbar характеристических сопротивлений звеньев на частотах $\omega = \infty$ и ω_{-1} , т. е. в соответствии с тангенсным преобразованием на частотах f_0 и f_{-1} . В соответствии с этими условиями получаются два уравнения.

$$\frac{Y_{0o} - Y_{0e}}{2} = J_{k, k+1} \hbar; \quad (5.45)$$

$$\frac{(Y_{0o} - Y_{0e})^2 - (Y_{0o} + Y_{0e})^2 \cos^2 \theta_{-1}}{4 \sin^2 \theta_{-1}} = \hbar \left(J_{k, k+1}^2 - \frac{G_A^2}{4} \right). \quad (5.46)$$

Решая уравнения (5.45) и (5.46) относительно Y_{0o} и Y_{0e} , получаем:

$$(Y_{0o})_{k, k+1} = \hbar G_A \left(N_{k, k+1} + \frac{J_{k, k+1}}{G_A} \right); \quad (5.47)$$

$$(Y_{0e})_{k, k+1} = \hbar G_A \left(N_{k, k+1} - \frac{J_{k, k+1}}{G_A} \right), \quad (5.48)$$

где
$$N_{k, k+1} = \sqrt{\left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A} \right)^2 + \frac{\omega_{-1}}{4}}. \quad (5.49)$$

Рассмотрим вывод формул для конечных звеньев. Проводимость конечного звена ФВЧ (рис. 5.8а) определяется из выражения

$$Y'_{\text{вх}} = \frac{J_{01}^2}{G_A} + \frac{1}{i \omega 2L}. \quad (5.50)$$

Оконечное параллельно связанное звено эквивалентно структуре, состоящей из идеального трансформатора и параллельного короткозамкнутого шлейфа с электрической длиной θ и характеристическим сопротивлением Y_s (рис. 5.8е). Соотношения между параметрами этих структур определяются из выражения [71]:

$$Y_{0o}^a = G_A \left[\sqrt{\frac{G_T}{G_A} + 1} \right]; \quad (5.51)$$

$$Y_{0e}^a = 2G_A - Y_{0o}^a; \quad (5.52)$$

$$Y_{0e}^b = Y_s - G_A \left(1 - \frac{G_T}{G_A} \right) + Y_{0e}^a; \quad (5.53)$$

$$Y_{0o}^b = Y_{0e}^b + Y_{0o}^a - Y_{0e}^a. \quad (5.54)$$

Входная проводимость структуры рис. 5.8е определяется из выражения

$$Y_{\text{вх}} = \frac{Y_s}{i \omega} + G_{\text{т}}. \quad (5.55)$$

Исходя из условия эквивалентности (с точностью до постоянного множителя h) активных и реактивных составляющих входных проводимостей окончных звеньев, определяемых выражениями (5.55) и (5.50) на частоте ω_{-1} , получаем соотношения между параметрами окончных параллельно связанных звеньев и окончных звеньев ФВЧ:

$$G_{\text{т}} = \frac{J_{01}^2}{G_A} h; \quad (5.56)$$

$$\frac{Y_s}{i \omega_1} = \frac{1}{i \omega_1 2L} h. \quad (5.57)$$

Подставляя (5.56) и (5.57) в выражения (5.51) и (5.53) и учитывая (5.41), получаем для окончных звеньев ($k=0$ и $k=n$):

$$(Y_{0o}^a)_{k, k+1} = G_A \left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A} \sqrt{h} + 1 \right), \quad (5.58)$$

$$(Y_{0e}^b)_{k, k+1} = (Y_{0e}^a)_{k, k+1} + h G_A \left[\frac{\omega_{-1}}{2} + \left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A} \right)^2 \right] - G_A. \quad (5.59)$$

Масштабный множитель в выражениях (5.56) — (5.59) равен $h = \frac{1}{\eta^2}$, где η — коэффициент трансформации идеального трансформатора, показанного на рис. 5.8е.

Таким образом, получена структура СВЧ фильтра, показанная на рис. 5.9а, состоящая из полуволновых параллельно связанных резонаторов, короткозамкнутых на обоих концах. СВЧ фильтр на рис. 5.9а по электрическим параметрам точно эквивалентен фильтру со шлейфами, показанному на рис. 5.9б (см. рис. 5.8д, е). Использование в качестве идеальных инверторов единичных элементов, т. е. инверторов с частотнозависимым коэффициентом инверсии, приводит к тому, что независимо от порядка НЧ прототипа на частотах $f=0, 2f_0, 4f_0$ и т. д. (которые соответствуют $\Omega=\infty$ для НЧ прототипа) схемы, изображенные на рис. 5.9а, б, имеют нули передачи первого порядка. Например, для фильтра, показанного на рис. 5.9б, при $f \rightarrow 0$ влияние всех параллельных шлейфов эквивалентно влиянию одиночной параллельной ветви с нулевым сопротивлением.

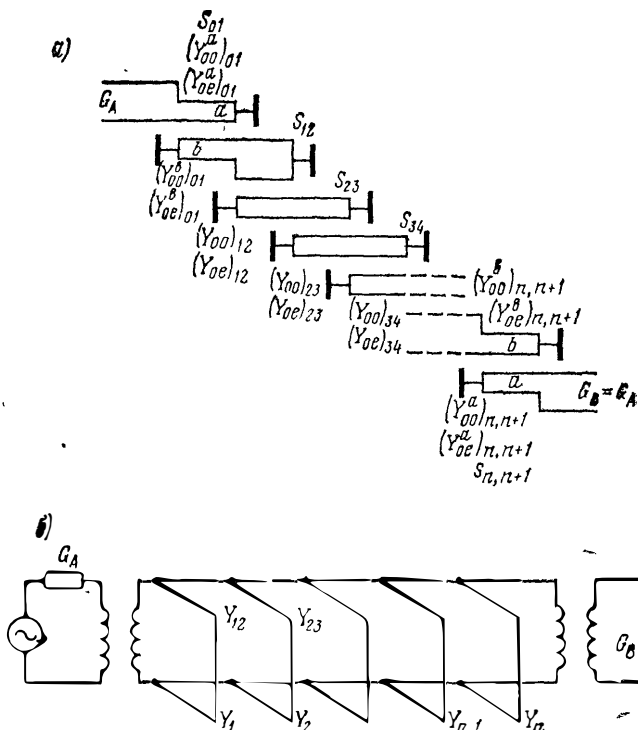


Рис. 5.9. Фильтр из полуволновых параллельно связанных резонаторов (а); фильтр со шлейфами (б)

Фильтр на встречных стержнях, показанный на рис. 5.6а, получается из фильтра на параллельно связанных резонаторах, если полуволновый отрезок разрезать по середине и согнуть вдвое, как показано на рис. 5.10.

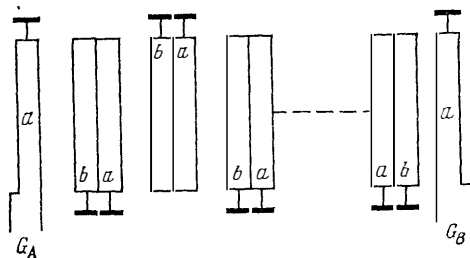


Рис. 5.10. Встречно-стержневой фильтр, полученный сгибанием полуволновых резонаторов фильтра на рис. 5.9а

Из рис. 5.11 видно, что распределение токов и напряжений в полуволновой короткозамкнутой линии (рис. 5.11а) совпадает с распределением токов и напряжений после того, как линия была разрезана и согнута (рис. 5.11б). Несомненно, что цепи, показанные на рис. 5.9а и 5.10, электрически не тождественны. Во-первых, если

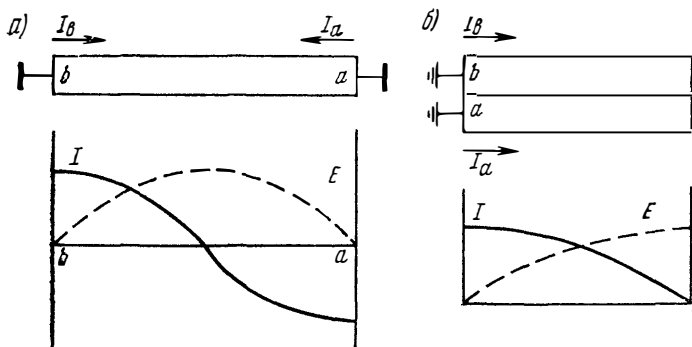


Рис. 5.11. Распределение токов и напряжений в полуволновом резонаторе и в четвертьволновом, полученном путем сгибания полуволнового

цепь на рис. 5.10 обладает значительными краевыми емкостями между несоседними линиями, то механизм связи становится намного более сложным, чем тот, который подразумевается при простом сгибании линий. Во-вторых, если цепь рис. 5.9а обладает на частотах $\omega = 0,2\omega_0, 4\omega_0$ и т. д. полюсами затухания только первого порядка, то цепь, изображенная на рис. 5.10, имеет на этих частотах полюсы затухания высшего порядка.

Однако даже при очень широкой полосе пропускания (до октавы) характеристика затухания встречно-стержневого фильтра, рассчитанного по описываемой методике, совпадает (с точностью до третьего знака, доступной с помощью логарифмической линейки) с результатами точного анализа [53] фильтра на встречных стержнях, проведенного, правда, без учета краевых емкостей между несоседними резонаторами.

Используя такой приближенный подход, основанный на сгибании полуволновых резонаторов, и принимая во внимание соотношения из табл. 4.4 и 4.5, получаем из (5.47) — (5.49) и (5.58) — (5.59) выражения для нормированных погонных собственных емкостей стержней:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{C_0}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} [2G_A - M_1]; \\
 \frac{1}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left\{ G_A - M_1 + hG_A \left[\frac{\omega_{-1}}{2} + \left(\frac{J_{01}}{G_A} \right)^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + N_{12} - \frac{J_{12}}{G_A} \right] \right\}; \\
 \frac{C_n}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left\{ G_A - M_n + hG_A \left[\frac{\omega_{-1}}{2} + \left(\frac{J_{n, n+1}}{G_A} \right)^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + N_{n-1, n} - \frac{J_{n-1, n}}{G_A} \right] \right\}; \\
 \frac{C_{n+1}}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} [2G_A - M_n]; \\
 \frac{C_k}{\varepsilon} \Big|_{k=2 \div n-1} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} hG_A (N_{k-1, k} + N_{k, k+1}) - \\
 &\quad - \frac{J_{k-1, k}}{G_A} - \frac{J_{k, k+1}}{G_A}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.60)$$

и выражения для нормированных погонных взаимных емкостей между смежными стержнями:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{C_{01}}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} [M_1 - G_A]; \\
 \frac{C_{k, k+1}}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A} \right); \\
 \frac{C_{n, n+1}}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} [M_n - G_A],
 \end{aligned} \right\} \quad (5.61)$$

где

$$\begin{aligned}
 M_1 &= G_A \left(\frac{J_{01}}{G_A} \sqrt{h} + 1 \right); \\
 M_n &= G_A \left(\frac{J_{n, n+1}}{G_A} \sqrt{h} + 1 \right).
 \end{aligned} \quad (5.62)$$

Масштабный множитель h в выражениях (5.60)–(5.62) определяет уровень проводимостей, а следовательно, и конструктивные размеры фильтра. Увеличение h ведет к увеличению ширины внутренних стержней и уменьшению зазоров. Ориентировочный выбор масштабного множителя производится из условия

$$h \approx \frac{5,4}{\frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} G_A \left[\frac{J_{k-1, k}}{G_A} + \frac{J_{k, k+1}}{G_A} + N_{k-1, k} + N_{k, k+1} \right]}, \quad (5.63)$$

где $k = \frac{n}{2}$ — для n -четных; $k = \frac{n+1}{2}$ — для n -нечетных.

В этом случае волновые сопротивления центральных стержней будут равны 70 Ом при условии, что соседние линии возбуждаются напряжением с одинаковой амплитудой, но с противоположной фазой.

Пример расчета встречно-стержневого фильтра дан в приложении 2.

Описанный метод расчета справедлив как для узких, так и для широких полос пропускания. Его основной недостаток при использовании для широкополосных фильтров заключается в том, что для широких полос пропускания зазоры между нулевым и первым стержнями и между последним и предпоследним становятся недопустимо малыми.

При ширине полосы пропускания 30% и более (до одной октавы) целесообразно использовать встречно-стержневые фильтры, показанные на рис. 5.6б, отличающиеся от фильтров на рис. 5.6а тем, что крайние стержни разомкнуты и являются резонаторами.

Так как вывод формул для расчета фильтров, показанных на рис. 5.6б, аналогичен выводу формул для расчета фильтров на рис. 5.6а, то ниже описывается только метод расчета фильтров такого типа без вывода расчетных формул.

Итак, методика расчета встречно-стержневых фильтров с умеренно-широкой и широкой полосой пропускания состоит из следующих этапов:

1) определяются опорная частота фильтра из условия (5.33) и относительная ширина полосы пропускания из (5.35);

2) из выражения (5.38) определяется нормированная граничная частота полосы задерживания НЧ прототипа. Исходя из требований к характеристике затухания, с помощью графиков и таблиц [80] определяются порядок НЧ прототипа и его элементы. Число стержней фильтров этого типа равно числу элементов прототипа, так как крайние стержни являются резонаторами;

3) из выражения (5.34) определяется частота среза фильтра верхних частот. Так как описываемый метод

расчета приближенный, то в соответствии с опытными данными при определении ω_{-1} следует брать в выражении (5.35) значение относительной ширины полосы пропускания W на 8—10% более чем задано;

4) расчет параметров инверторов и вспомогательных параметров производится по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \frac{J_{k, l+1}}{G_A} &= \frac{\alpha_2}{r_1 \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1}}}, \quad k = 2 \div (n-3); \\ \frac{J_{n-2, n-1}}{G_A} &= \frac{1}{r_1} \sqrt{\frac{r_1 \alpha_2}{\alpha_{n-2} \alpha_{n-1}}}; \end{aligned} \right\} (5.64)$$

$$N_{k, k+1} = \sqrt{\left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_2 \omega_{-1}}{2r_1}\right)^2}, \quad k = 2 \div (n-1); \quad (5.65)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{z_1}{R_A} &= r_1 \alpha_1 \omega_{-1}; \\ \frac{z_n}{R_A} &= \alpha_n \alpha_{n+1} \omega_{-1}; \end{aligned} \right\} (5.66)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{Y_2}{G_A} &= \frac{\alpha_2}{2\alpha_0} \omega_{-1} + N_{23} - \frac{J_{23}}{G_A}; \\ \frac{Y_k}{G_A} &= N_{k-1, k} + N_{k, k+1} - \frac{J_{k-1, k}}{G_A} - \frac{J_{k, k+1}}{G_A}, \\ &k = 3 \div (n-2); \\ \frac{Y_{n-1}}{G_A} &= \frac{(2r_1 \alpha_{n-1} - \alpha_2) \omega_{-1}}{r_1} + N_{n-2, n-1} - \frac{J_{n-2, n-1}}{G_A}. \end{aligned} \right\} (5.67)$$

5) определение собственных и взаимных емкостей. Собственные емкости определяются из выражений:

$$\begin{aligned} \frac{C_1}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \frac{1 - \sqrt{h}}{z_1/R_A}; \\ \frac{C_2}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A h \left(\frac{Y_2}{G_A}\right) - \sqrt{h} \frac{C_1}{\varepsilon}; \\ \frac{C_k}{\varepsilon} \Big|_{k=3 \div n-2} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A h \left(\frac{Y_k}{G_A}\right); \\ \frac{C_{n-1}}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon}} G_A h \left(\frac{Y_{n-1}}{G_A}\right) - \sqrt{h} \frac{C_n}{\varepsilon}; \\ \frac{C_n}{\varepsilon} &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \frac{1 - \sqrt{h}}{z_n/R_A}. \end{aligned} \quad (5.68)$$

Взаимные емкости определяются из выражений:

$$\begin{aligned} \frac{C_{12}}{\varepsilon} &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A = \frac{\sqrt{h}}{z_1/R_A}; \\ \frac{C_{k, k+1}}{\varepsilon} &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A h \left(\frac{J_{k, k+1}}{G_A} \right); \\ \frac{C_{n-1, n}}{\varepsilon} &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} G_A \frac{\sqrt{h}}{Z_n/R_A}. \end{aligned} \quad (5.69)$$

Масштабный параметр h выбирается так же, как и в случае фильтра с узкой полосой пропускания. Определение конструктивных размеров фильтра производится аналогичным образом.

5.5. Фильтры гребенчатой структуры с характеристиками Золотарева

Рассматриваемые в данном параграфе фильтры состоят из «гребенки» связанных линий, короткозамкнутых на одном конце, и на другом конце — с включенными сосредоточенными емкостями между соседними линиями на землю [106], [108].

Исходной схемой является схема НЧ прототипа с характеристикой Золотарева с нечетным числом элементов, представленная на рис. 5.12а. Элементы схемы определяются из таблиц [80]. Реактансное преобразование частоты (2.61) переводит ФНЧ в полоснопропускающий фильтр, показанный на рис. 5.12б. Элементы определяются из формул табл. 2.4, которые для полосового фильтра, нормированного по частоте и сопротивлению, принимают вид

$$\begin{cases} c'_v = \frac{1}{l_v} = \frac{c_v}{W}; & c_{r-} = \frac{1}{l_{r+}} = \frac{c_r}{W} (1 + \lambda_{r+}^2); \\ c_{r+} = \frac{1}{l_{r-}} = \frac{c_r}{W} (1 + \lambda_{r-}^2). \end{cases} \quad (5.70)$$

Относительные частоты всплесков затухания полосового фильтра определяются из выражения

$$\lambda_{r\pm} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_r W}{2}\right)^2 + 1} \pm \frac{\Omega_r W}{2}. \quad (5.71)$$

В выражениях (5.70) и (5.71) $W = \frac{\Delta f}{f_0}$ — относительная полоса пропускания ПФ; Ω_r — частоты всплесков затухания НЧ прототипа; c_v ; c_r — элементы прототипа; $v = 1, 3, 5, \dots$; $r = 2, 4, 6, \dots$

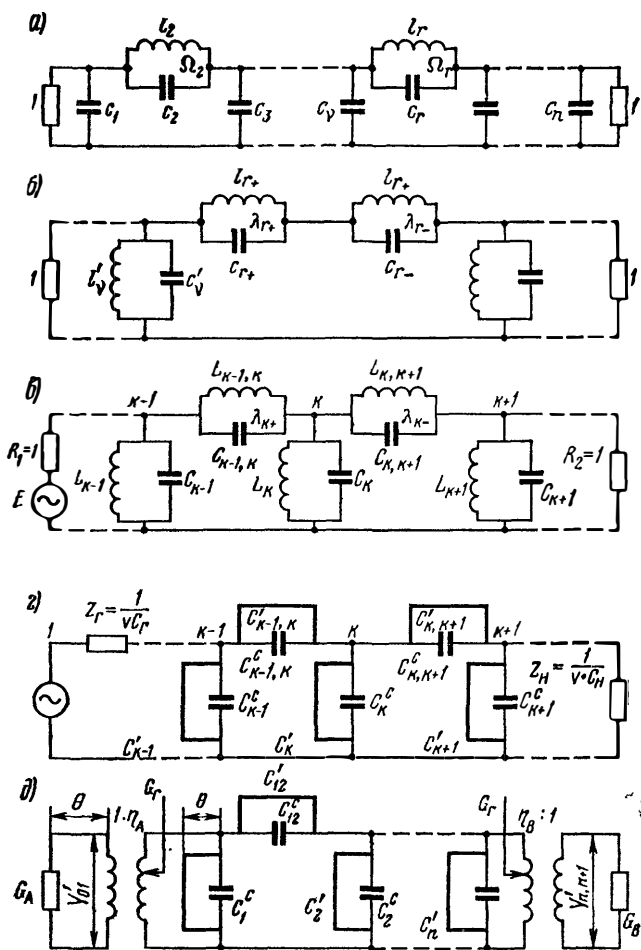


Схема полосового фильтра, изображенная на рис. 5.12б, содержит в последовательных ветвях по два параллельных контура. Преобразование Джеффе, описанное в § 3.8, приводит к схеме более удобной для реализации (рис. 5.12в), в продольных и параллельных ветвях которой расположены параллельные контуры.

Элементы полосового фильтра, изображенного на рис. 5.12в, определяются из следующих выражений, полученных с помощью преобразований Джеффе и ф-л (5.70):

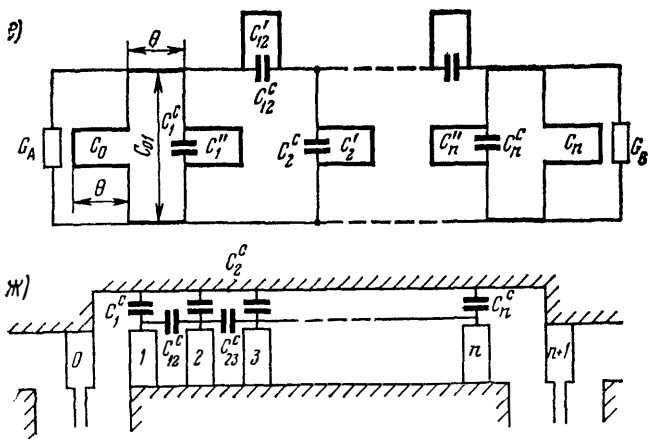


Рис. 5.12. Схема НЧ прототипа с золотаревской характеристикой (а); схема полосового фильтра (б); схема полосового фильтра после преобразования Джеффе (в); схема СВЧ полосового фильтра (г); схема СВЧ фильтра с трансформирующими звеньями на входе и выходе (д), преобразование трансформирующих звеньев в соответствии с тождеством Куроды (е); реализация СВЧ фильтра в виде гребенки связанных линий с сосредоточенными емкостями

$$\left. \begin{aligned}
 C_n &= \frac{1}{W} (c_n + C_{n-1, n} \eta_{(n-1)}) \left(1 - \frac{1}{\eta_{(n-1)}}\right) W + \\
 &\quad + C_{n, n+1} \eta_{n+1} \left(1 - \frac{1}{\eta_{n+1}}\right) W; \\
 C_{n-1, n} &= \frac{c_{n-1} [1 + \lambda^2_{+(n-1)}]}{W \eta_{(n-1)}}; \\
 C_{n, n+1} &= \frac{c_{n+1} [1 + \lambda^2_{-(n+1)}]}{W \eta_{(n+1)}}; \\
 \frac{1}{L_n} &= \frac{1}{W} \left[c_n + \frac{W}{L_{n-1, n}} \eta_{n-1} \left(1 - \frac{1}{\eta_{n-1}}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{W}{L_{n, n+1}} \eta_{(n+1)} \left(1 - \frac{1}{\eta_{n+1}}\right) \right]; \\
 L_{n-1, n} &= \frac{1}{C_{n-2; n-1}}; L_{n, n+1} = \frac{1}{C_{n+1; n+2}}; \\
 \frac{1}{L_k} &= \frac{(1 - \eta_k)}{\eta_k} \left(\frac{1}{L_{k-1, k}} + \frac{1}{L_{k, k+1}} \right) = C_k,
 \end{aligned} \right\} (5.72)$$

где $n=1, 3, 5, \dots$; $k=2, 4, 6, \dots$; $\eta_2; \eta_4$ — коэффициенты трансформации в преобразовании Джеффе; $c_{n-1}; c_n; c_{n+1}$ — элементы НЧ прототипа.

Выбор коэффициентов трансформации η в преобразованиях Джеффе не влияет на характеристику полосового фильтра, но связан с условием положительности элементов схемы.

Из общих выражений (5.72) находятся формулы для расчета элементов полосовых фильтров при $n=3, 5, 7$, данные в приложении 1 (табл. П1.4).

Если в схеме полосового фильтра (рис. 5.12в) индуктивности заменить короткозамкнутыми линиями, а емкости оставить сосредоточенными, то получится схема фильтра, изображенная на рис. 5.12г. Короткозамкнутые линии в последовательных и параллельных плечах в соответствии с рис. 5.3в заменяются решеткой параллельно связанных стержней, помещенных между заземленными пластинами, короткозамкнутых на одном конце (рис. 5.12ж), которая характеризуется собственными погонными емкостями $C'_{k-1}; C'_k; C'_{k+1}$ каждого стержня относительно земли и взаимными погонными емкостями $C'_{k-1, k}; C'_k; C'_{k+1}$ между соседними стержнями (рис. 5.13а). Сосредоточенные емкости, включенные на конце

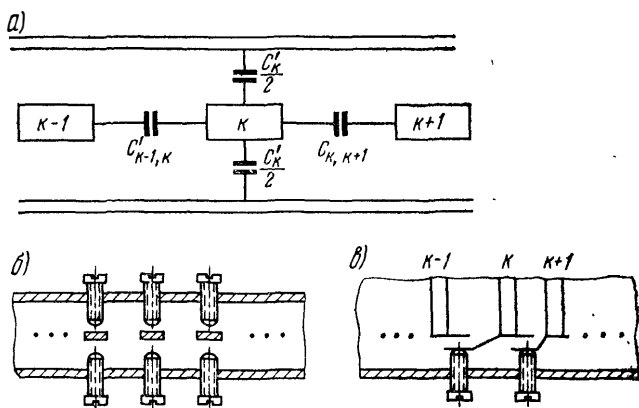


Рис. 5.13. Поперечное сечение решетки (а); реализация сосредоточенных емкостей в гребенчатом фильтре с золотаревской характеристикой (б, в)

каждой линии на землю, реализуются в виде зазоров между стержнем и металлическими винтами, проходящими через заземленные пластины по обе стороны от стержня (рис. 5.13б). Сосредоточенные емкости связи,

включенные между концами соседних линий, реализуются также в виде зазоров между дополнительными пластинами, установленными на концах линий. Емкости связи регулируются с помощью диэлектрических винтов (рис. 5.13в). Найдем частотное преобразование и соотношения между элементами схем рис. 5.12в и рис. 5.12г, при которых эти схемы эквивалентны. Составим уравнение для k -го узла по методу узловых напряжений:

$$Y_{k-1, k} U_{k-1} - (Y_{k-1, k} + Y_{k, k+1} + Y_k) U_k + Y_{k, k+1} U_{k+1} = 0, \quad (5.73)$$

где $Y_{k-1, k}$; Y_k ; $Y_{k, k+1}$ — проводимости соответствующих ветвей.

Для схемы полосового фильтра с сосредоточенными элементами (рис. 5.12в) уравнение (5.73) имеет вид

$$\left(\frac{1}{i\omega L_{k-1, k}} + i\omega C_{k-1, k} \right) U_{k-1} - \left[\frac{1}{i\omega} \left(\frac{1}{L_{k-1, k}} + \frac{1}{L_k} + \frac{1}{L_{k, k+1}} \right) + i\omega (C_{k-1, k} + C_k + C_{k, k+1}) \right] U_k + \left(\frac{1}{i\omega L_{k, k+1}} + i\omega L_{k, k+1} \right) U_{k+1} = 0. \quad (5.74)$$

Для схемы СВЧ фильтра, показанной на рис. 5.12г, уравнение (5.73) имеет вид

$$(-i Y_{k-1, k} \operatorname{ctg} \theta + i\omega C_{k-1}^c) U_{k-1} - [-i \operatorname{ctg} \theta (Y_{k-1, k} + Y_k + Y_{k, k+1}) + i\omega (C_{k-1, k}^c + C_k^c + C_{k, k+1}^c)] U_k + (-i Y_{k, k+1} \operatorname{ctg} \theta + i\omega C_{k+1}^c) U_{k+1} = 0, \quad (5.75)$$

где $Y_{k-1, k}$ и $Y_{k, k+1}$ — взаимные волновые проводимости линий; Y_k — собственная проводимость k -й линии.

Умножая обе части (5.74) на $i\omega$, получим

$$\left(\frac{1}{L_{k-1, k}} - \omega^2 C_{k-1, k} \right) U_{k-1} - \left[\frac{1}{L_{k-1, k}} + \frac{1}{L_k} + \frac{1}{L_{k, k+1}} - \omega^2 (C_{k-1, k} + C_k + C_{k, k+1}) \right] U_k + \left(\frac{1}{L_{k, k+1}} - \omega^2 C_{k, k+1} \right) U_{k+1} = 0. \quad (5.76)$$

Умножая уравнение (5.75) на $i \frac{\operatorname{tg} \theta}{v \varepsilon}$ и принимая во внимание, что

$$C^c = \frac{C}{l}, \quad (5.77)$$

получим

$$\begin{aligned} & \left(\frac{C'_{k-1, k}}{\varepsilon} - \theta \operatorname{tg} \theta \frac{C'^c_{k-1, k}}{\varepsilon} \right) U_{k-1} - \left[\frac{C'_{k-1, k}}{\varepsilon} + \frac{C'_k}{\varepsilon} + \right. \\ & \left. + \frac{C'_{k, k+1}}{\varepsilon} - \theta \operatorname{tg} \theta \left(\frac{C'^c_{k-1, k}}{\varepsilon} + \frac{C'^c_k}{\varepsilon} + \frac{C'^c_{k, k+1}}{\varepsilon} \right) \right] U_k + \\ & + \left(\frac{C'_{k, k+1}}{\varepsilon} - \theta \operatorname{tg} \theta \frac{C'^c_{k, k+1}}{\varepsilon} \right) U_{k+1} = 0. \quad (5.78) \end{aligned}$$

Путем сравнения ур-ний (5.78) и (5.76) находим частотное преобразование

$$\omega^2 = \theta \operatorname{tg} \theta \quad (5.79)$$

и соотношения между сосредоточенными элементами полосового фильтра (рис. 5.12б) и элементами фильтра на связанных линиях (рис. 5.12г), при которых обе схемы эквивалентны:

$$\begin{aligned} \frac{C'^c_{k-1, k}}{\varepsilon} &= C_{k-1, k}; \quad \frac{C'_k}{\varepsilon} = C_k; \quad \frac{C'^c_{k, k+1}}{\varepsilon} = C_{k, k+1}; \\ \frac{C'_{k-1, k}}{\varepsilon} &= \frac{1}{L_{k-1, k}}; \quad \frac{C'_k}{\varepsilon} = \frac{1}{L_k}; \quad \frac{C'_{k, k+1}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_{k, k+1}}. \end{aligned} \quad (5.80)$$

Частотное преобразование (5.79) и формулы перехода (5.80) справедливы для внутренних узлов схем. Уравнение (5.73) для первого узла принимает вид:

$$\begin{aligned} E \frac{1}{R_r} - \left[\frac{1}{R_r} + \frac{1}{i \omega L_1} + \frac{1}{i \omega L_{12}} + i \omega (C_1 + C_2) \right] U_1 + \\ + \left(\frac{1}{i \omega L_{12}} + i \omega C_{12} \right) U_2 = 0 \end{aligned} \quad (5.81)$$

— для схемы фильтра с сосредоточенными элементами (рис. 5.12б);

$$\begin{aligned} E \frac{1}{Z_r} - \left[\frac{1}{Z_r} - i \operatorname{ctg} \theta (Y_1 + Y_{12}) + i \omega (C_1^c + C_{12}^c) \right] U_1 + \\ + (-i Y_{12} \operatorname{ctg} \theta + i \omega C_{12}^c) U_2 = 0 \end{aligned} \quad (5.82)$$

— для фильтра СВЧ (рис. 5.12г).

Умножая ур-ние (5.81) на $i \omega$ и (5.82) на $i \frac{\operatorname{tg} \theta}{v \varepsilon}$, получаем:

$$(U_1 - E) \frac{i\omega}{R_r} + \left[\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_{12}} - \omega^2 (C_1 + C_{12}) \right] U_1 - \\ - \left(\frac{1}{L_{12}} - \omega^2 C_{12} \right) U_2 = 0; \quad (5.83)$$

$$(U_1 - E) \frac{i \operatorname{tg} \theta}{Z_r \nu \varepsilon} + \left[\frac{C'_1}{\varepsilon} + \frac{C'_{12}}{\varepsilon} - \theta \operatorname{tg} \theta \left(\frac{C'_{1c}}{\varepsilon} + \frac{C'_{12c}}{\varepsilon} \right) \right] U_1 - \\ - \left(\frac{C'_{12}}{\varepsilon} - \theta \operatorname{tg} \theta \frac{C'_{12c}}{\varepsilon} \right) U_2 = 0. \quad (5.84)$$

Сравнение (5.83) и (5.84) показывает, что для эквивалентности схем рис. 5.12*б* и 5.12*г* требуется выполнение условий (5.79), (5.80) и, кроме того, выполнение

$$\frac{\omega}{R_r} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{Z_r \nu \varepsilon}. \quad (5.85)$$

Подставляя (5.79) в (5.85), получим выражение для нормированной погонной емкости нагрузки:

$$\frac{C_r}{\varepsilon} = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{\theta}{\operatorname{tg} \theta}}. \quad (5.86)$$

Из (5.86) следует, что схемы рис. 5.12*в* и 5.12*г* эквивалентны, если нагрузка фильтра СВЧ имеет частотно-зависимый характер. Так как в действительности нагрузка фильтра обычно постоянна, примем нормированную погонную емкость нагрузки равной значению ее на средней частоте полосы пропускания, т. е.

$$\frac{C_n}{\varepsilon} = \frac{C_r}{\varepsilon} = \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{\theta_0}{\operatorname{tg} \theta_0}}, \quad (5.87)$$

причем элементы полосового фильтра (рис. 5.12*б*) должны быть денормированы относительно средней частоты, определяемой в соответствии с (5.79):

$$\omega_0 = \sqrt{\theta_0 \operatorname{tg} \theta_0}. \quad (5.88)$$

Для фильтров рассматриваемого типа

$$0 \leq \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}. \quad (5.89)$$

Выбор электрической длины линий фильтра на средней частоте полосы пропускания f_0 существенно влияет на ширину полосы задерживания. Рекомендуется [64] выбирать электрическую длину линий фильтра из условия

$$\theta_0 = \pi \frac{f_0}{f_L}, \quad (5.90)$$

где f_L — верхняя граница полосы задерживания. Тогда опорная частота f^* , на которой линии фильтра становятся четвертьволновыми, определяется из выражения

$$f^* = \pi f_0 / 2\theta_0 = f_L / 2. \quad (5.91)$$

На рис. 5.12*д* и 5.12*е* показан фильтр с трансформируемыми звеньями на входе и выходе, введенными для преобразования сопротивления.

Вследствие введения трансформирующих звеньев рис. 5.12*д* выражение для погонной емкости нагрузки (5.87) примет вид

$$\frac{C'_n}{\varepsilon} = \frac{\eta_A^2}{R_r} \sqrt{\frac{\theta_0}{\operatorname{tg} \theta_0}}. \quad (5.92)$$

Если обозначить через G_A сопротивление нагрузки фильтра СВЧ, то, учитывая, что $\frac{C'_n}{\varepsilon} \varepsilon v = G_A$, получим величину нового нагрузочного сопротивления полосового фильтра с сосредоточенными элементами (рис. 5.12*в*):

$$R'_n = \frac{\varepsilon v \eta_A^2}{G_A} \sqrt{\frac{\theta_0}{\operatorname{tg} \theta_0}} = \frac{V \varepsilon_r \eta_A^2}{120 \pi G_A} \sqrt{\frac{\theta_0}{\operatorname{tg} \theta_0}}. \quad (5.93)$$

Следовательно, элементы полосового фильтра с сосредоточенными параметрами должны быть денормированы относительно нового сопротивления R'_n .

Величиной коэффициента трансформации η_A задаются таким образом, чтобы получить приемлемые значения погонных нормированных собственных и взаимных емкостей стержней.

Реализация трансформирующих звеньев осуществляется так же, как и в гребенчатых фильтрах (§ 5.2), с помощью дополнительных стержней (рис. 5.12*е*). В соответствии с тождеством Куроды II (табл. 5.3) получаем следующие соотношения между элементами оконечных звеньев схем на рис. 5.12*д* и *е*:

$$\left. \begin{aligned} Y_{01} &= \frac{Y'_{01}}{\eta_A}; \\ Y_1^* &= Y_1 - \frac{Y'_{01}(\eta_A - 1)}{\eta_A^2}; \\ Y_0 &= \frac{\eta_A - 1}{\eta_A} Y'_{01}; \end{aligned} \right\} \quad (5.94)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{n, n+1} &= \frac{Y'_{n, n+1}}{\eta_B}; \\ Y''_n &= Y'_n - \frac{Y'_{n, n+1}(\eta_B - 1)}{\eta_B^2}; \\ Y_{n+1} &= \frac{\eta_B - 1}{\eta_B} Y'_{n, n+1}, \end{aligned} \right\} \quad (5.95)$$

где $Y_{01}, Y''_1, Y_0, Y_{n, n+1}, Y''_n, Y_{n+1}$ — волновые проводимости крайних стержней на рис. 5.12e; $Y'_{01}, Y'_1, Y'_{n, n+1}, Y'_n$ — волновые проводимости крайних стержней на рис. 5.12d; η_A, η_B — коэффициенты трансформации на входе и выходе.

Принимая $Y'_{01} = G_A$ и $Y'_{n, n+1} = G_B$ и учитывая, что $\frac{C'_{01}}{\varepsilon} = \frac{Y'_{01} \cdot 120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ и $\frac{C'_{n, n+1}}{\varepsilon} = \frac{Y'_{n, n+1} \cdot 120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}$, получаем из (5.94) и (5.95) выражения для погонных нормированных емкостей 0, 1, n , $(n+1)$ -го стержней:

$$\left. \begin{aligned} \frac{C'_0}{\varepsilon} &= \frac{(\eta_A - 1) G_A \cdot 120\pi}{\eta_A \sqrt{\varepsilon_r}}; \\ \frac{C'_{01}}{\eta} &= \frac{G_A \cdot 120\pi}{\eta_A \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}; \\ \frac{C''_1}{\varepsilon} &= \frac{C'_1}{\varepsilon} - \frac{(\eta_A - 1) G_A \cdot 120\pi}{\eta_A^2 \sqrt{\varepsilon_r}}; \end{aligned} \right\} \quad (5.96)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{C'_{n+1}}{\varepsilon} &= \frac{(\eta_B - 1) G_B \cdot 120\pi}{\eta_B \sqrt{\varepsilon_r}}; \\ \frac{C'_{n, n+1}}{\varepsilon} &= \frac{G_B \cdot 120\pi}{\eta_B \sqrt{\varepsilon_r}}; \\ \frac{C''_n}{\varepsilon} &= \frac{C'_n}{\varepsilon} - \frac{(\eta_B - 1) G_B \cdot 120\pi}{\eta_B^2 \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.97)$$

При работе фильтра на одинаковые нагрузки ($G_A = G_B$) коэффициенты трансформации на входе и выходе равны, следовательно, и емкости, определяемые из выражений (5.96) и (5.97), равны. Таким образом, расчет гребенчатого фильтра с золотаревской характеристикой состоит из следующих этапов:

1) определяется опорная частота из соотношения (5.91);

2) из выражения

$$\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f^*} \quad (5.98)$$

определяется фазовый сдвиг на частотах f_1, f_{-1}, f_s, f_{-s} ;

3) в соответствии с частотным преобразованием (5.79) определяются частоты ПФ с сосредоточенными элементами: $\omega_1, \omega_{-1}, \omega_s, \omega_{-s}, \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_{-1}}$ и относительная ширина полосы пропускания из выражения:

$$W = \frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_0}; \quad (5.99)$$

4) с помощью реактансного преобразования (2.61) определяются значения граничных частот полосы задерживания НЧ прототипа Ω_s, Ω_{-s} , а затем по графику [84, 111] — порядок НЧ прототипа с золотаревской характеристикой, обеспечивающей заданную характеристику затухания. По таблице [84, 111] определяются элементы НЧ прототипа;

5) по ф-лам (5.72) определяются элементы нормированного полосового фильтра;

6) выбираются коэффициенты трансформации трансформирующих звеньев на входе и выходе фильтра;

7) из выражения (5.93) определяется нагрузочное сопротивление полосового фильтра с сосредоточенными элементами;

8) производится денормирование элементов полосового фильтра по формулам:

$$L_k = \frac{L_k^H R'_H}{\omega_0}; \quad C_k = \frac{C_k^H}{\omega_0 R'_H}, \quad (5.100)$$

где C_k^H и L_k^H — элементы нормированного полосового фильтра, определяемые по ф-лам (5.72);

9) с помощью формул перехода (5.80) определяются нормированные погонные емкости линий и сосредоточенные емкости фильтра СВЧ;

10) из выражений (5.96) и (5.97) определяются нормированные погонные емкости нулевого (последнего) и первого (предпоследнего) стержня;

11) величины сосредоточенных емкостей определяются из выражения

$$C^c = \frac{C^c}{\epsilon} \epsilon l, \quad (5.101)$$

где $\epsilon = 5,715 \times \epsilon_r$, пФ/мм;

12) определение поперечных размеров стержней по известным собственным и взаимным емкостям производится в соответствии с методикой, описанной в четвертой главе. Длина стержней выбирается из условия четвертьволновости на опорной частоте f^* .

5.6. Фильтры на ступенчатых связанных линиях

На рис. 5.14 показаны две структуры СВЧ фильтров с характеристиками Золотарева, состоящих из связанных линий со ступенчатым распределением импеданса [110], [107], [109].

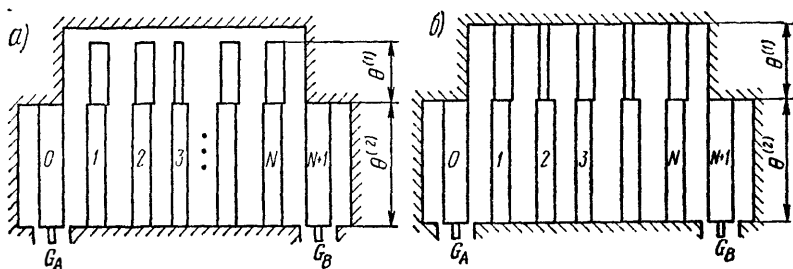


Рис. 5.14 Две структуры фильтров СВЧ на ступенчатых связанных линиях

Структура, показанная на рис. 5.14а, применяется при относительной ширине полосы пропускания 5—30% [110], а структура, показанная на рис. 5.14б, — при относительной ширине полосы пропускания менее 5% [109]. Линии 0 и $N+1$ на рис. 5.14а и рис. 5.14б служат трансформаторами проводимости.

Каждая ступенчатая линия состоит из двух линий различной электрической длины и различной волновой проводимости; одна из них имеет длину, равную длине трансформирующей линии, и короткозамкнута на землю, а другая — для структуры, показанной на рис. 5.14а, разомкнута; для структуры, показанной на рис. 5.14б, обе линии короткозамкнуты. На рис. 5.15б показана схема, эквивалентная структуре рис. 5.14а. В каждом узле и между узлами включены параллельно соединенные короткозамкнутый и разомкнутый отрезки линии различной электрической длины и волновой проводимости.

На рис. 5.16б показана схема, эквивалентная структуре 5.14б. В каждом узле и между узлами включены

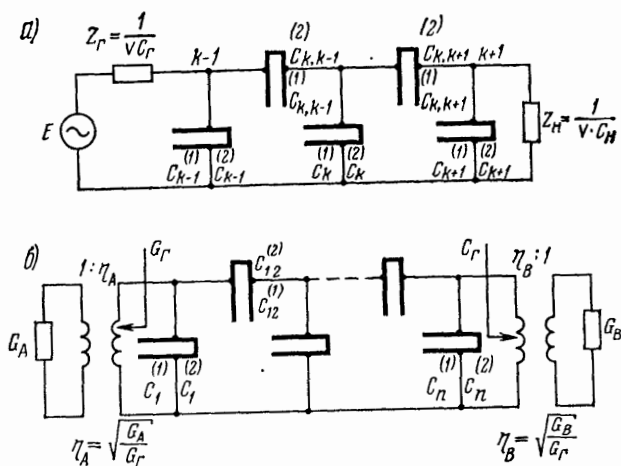


Рис. 5.15. Эквивалентная схема СВЧ фильтра с короткозамкнутыми и разомкнутыми стержнями

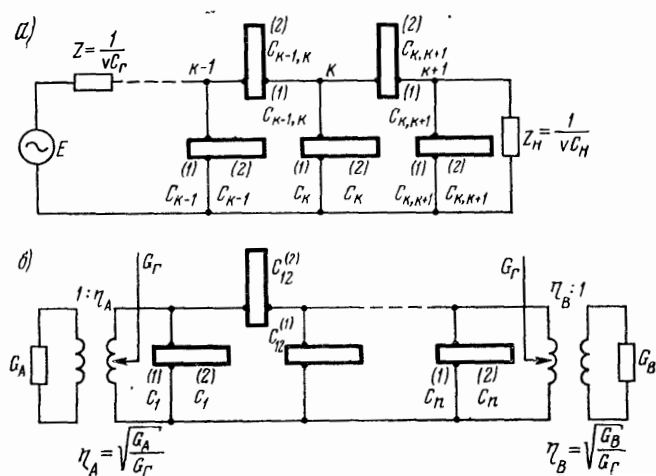


Рис. 5.16. Эквивалентная схема СВЧ фильтра с короткозамкнутыми стержнями различной длины

соединенные параллельно два короткозамкнутых отрезка линии различной электрической длины и волновой проводимости.

Исходной схемой с сосредоточенными параметрами для обеих структур является схема полосового фильтра

с характеристикой Золотарева, изображенная на рис. 5.12в так же, как и для фильтра, рассмотренного в § 5.5, с тем отличием, что в данном случае как сосредоточенные индуктивности, так и сосредоточенные емкости заменяются отрезками линий.

Найдем частотное преобразование и соотношения между элементами схем рис. 5.12в и рис. 5.15а, при которых эти схемы эквивалентны.

Для схемы СВЧ фильтра, показанного на рис. 5.15а, уравнение, составленное по методу узловых напряжений для k -го узла, имеет вид

$$[i Y_{k-1, k}^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(1)} - i Y_{k-1, k}^{(2)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)}] U_{k-1} - [i (Y_{k-1, k}^{(1)} + Y_k^{(1)} + Y_{k, k+1}^{(1)}) \operatorname{tg} \theta^{(1)} - i (Y_{k-1, k}^{(2)} + Y_k^{(2)} + Y_{k, k+1}^{(2)}) \operatorname{ctg} \theta^{(2)}] U_k + [i Y_{k, k+1}^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(1)} - i Y_{k, k+1}^{(2)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)}] U_{k+1} = 0, \quad (5.103)$$

где $Y^{(1)}$ и $\theta^{(1)}$ — волновые проводимости и электрическая длина разомкнутых отрезков линий; $Y^{(2)}$ и $\theta^{(2)}$ — волновые проводимости и электрическая длина короткозамкнутых отрезков линий. Умножив ур-ние (5.103) на $i \frac{\operatorname{tg} \theta^{(2)}}{\epsilon v}$, получаем

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{C_{k-1, k}^{(1)}}{\epsilon} \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} + \frac{C_{k-1, k}^{(2)}}{\epsilon} \right] U_{k-1} - \\ & - \left[-\left(\frac{G_{k-1, k}^{(1)}}{\epsilon} + \frac{C_k^{(1)}}{\epsilon} + \frac{C_{k, k+1}^{(1)}}{\epsilon} \right) \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{C_{k-1, k}^{(2)}}{\epsilon} + \frac{C_k^{(2)}}{\epsilon} + \frac{C_{k, k+1}^{(2)}}{\epsilon} \right) \right] U_k + \left[-\frac{C_{k, k+1}^{(1)}}{\epsilon} \times \right. \\ & \left. \times \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} + \frac{C_{k, k+1}^{(2)}}{\epsilon} \right] U_{k+1} = 0. \quad (5.104) \end{aligned}$$

Путем сравнения ур-ний (5.104) и (5.76) можно найти частотное преобразование

$$\omega^2 = \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} \quad (5.105)$$

и соотношения между сосредоточенными элементами фильтра (5.12в) и элементами фильтра на связанных ступенчатых линиях (5.15а), при которых обе схемы эквивалентны:

$$\frac{C_{k-1, k}^{(1)}}{\epsilon} = C_{k-1, k}; \quad \frac{C_{k, k+1}^{(1)}}{\epsilon} = C_{k, k+1}; \quad \frac{C_k^{(1)}}{\epsilon} = C_{k, k+1};$$

$$\frac{C_{k-1, k}^{(2)}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_{k-1, k}}; \quad \frac{C_{k, k+1}^{(2)}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_{k, k+1}}; \quad \frac{C_k^{(2)}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_k}. \quad (5.106)$$

Для первого узла фильтра СВЧ (рис. 5.15а) получаем уравнение

$$(U_1 - E) \frac{i \operatorname{tg} \theta^{(2)}}{\varepsilon \nu Z_r} + \left[- \left(\frac{C_{11}^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_{12}^{(1)}}{\varepsilon} \right) \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} + \right. \\ \left. + \left(\frac{C_1^{(2)}}{\varepsilon} + \frac{C_{12}^{(2)}}{\varepsilon} \right) \right] U_1 - \left[- \frac{C_{12}^{(1)}}{\varepsilon} \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} + \frac{C_{12}^{(2)}}{\varepsilon} \right] U_2 = 0. \quad (5.107)$$

Сравнение (5.107) и (5.83) показывает, что для эквивалентности схем рис. 5.15а и 5.12в требуется выполнение условий (5.105), (5.106) и, кроме того, нормированная погонная емкость генератора (нагрузки) фильтра СВЧ должна быть равна

$$\frac{C_r}{\varepsilon} = \frac{C_n}{\varepsilon} = \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \theta^{(1)}}{\operatorname{tg} \theta^{(2)}}}. \quad (5.108)$$

Из (5.108) следует, что схемы 5.12в и 5.15а эквивалентны, если фильтр СВЧ нагружен на частотнозависимое сопротивление. Так как в действительности нагрузка фильтра СВЧ постоянна, принимаем нормированную погонную емкость нагрузки равной значению ее на средней частоте полосы пропускания, т. е.

$$\frac{C_r}{\varepsilon} = \frac{C_n}{\varepsilon} = \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \theta^{(1)}}{\operatorname{tg} \theta^{(2)}}}, \quad (5.109)$$

причем элементы полосового фильтра (рис. 5.12в) должны быть денормированы относительно средней частоты, определяемой в соответствии с (5.105):

$$\omega_0 = \sqrt{\operatorname{tg} \theta_1^{(1)} \operatorname{tg} \theta_0^{(2)}}. \quad (5.110)$$

От выбора электрических длин линий на средней частоте и зависит ширина полосы задерживания.

В [64] показано, что при выполнении условий

$$\left. \begin{aligned} \theta_0^{(1)} &= 2\theta_0^{(2)} \\ \theta_0^{(1)} + \theta_0^{(2)} &\leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\}. \quad (5.111)$$

фильтры из связанных ступенчатых линий имеют наибольшую полосу задерживания, и средняя частота пер-

вой паразитной полосы пропускания определяется из выражения

$$f_{1п} = f_0 \left(\frac{\pi}{\theta_0^2} - 1 \right). \quad (5.112)$$

Например, из всей совокупности четвертьволновых ступенчатых фильтров условиям (5.111) соответствует фильтр с $\theta_0^{(2)} = \frac{\pi}{6}$ и $\theta_0^{(1)} = \frac{\pi}{3}$. Следует отметить, что при $\theta^{(1)} = \theta^{(2)}$ ур-ние (5.108) дает значение нагрузки, не зависящее от частоты, а ур-ние (5.105) преобразуется в уравнение Ричардса.

Согласование фильтра с заданными сопротивлениями нагрузки G_A и G_B осуществляется с помощью трансформирующих звеньев (рис. 5.15б), реализуемых дополнительными стержнями (рис. 5.14а). Вследствие введения трансформирующих звеньев выражение для погонной емкости нагрузки (5.109) принимает вид

$$\frac{C'_n}{\varepsilon} = \frac{\eta_A^2}{R_r} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \theta_0^{(1)}}{\operatorname{tg} \theta_1^{(2)}}}. \quad (5.113)$$

Следовательно, элементы полосового фильтра с сосредоточенными параметрами (рис. 5.12в) должны быть денормированы относительно нового сопротивления

$$R'_r = \frac{\varepsilon v \eta_A^2}{G_A} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \theta_0^{(1)}}{\operatorname{tg} \theta_0^{(2)}}}, \quad (5.114)$$

где G_A — сопротивление нагрузки СВЧ фильтра. Погонные емкости нулевого, первого, последнего и предпоследнего стержней определяются из соотношений (5.96) и (5.97). Коэффициенты трансформации выбираются из условия физической реализуемости элементов фильтра СВЧ.

Найдем частотное преобразование и соотношения между элементами схем рис. 5.12в и рис. 5.16а, при которых эти схемы эквивалентны. Для схемы СВЧ фильтра, показанной на рис. 5.16а, уравнение, составленное по методу узловых напряжений для k -го узла, имеет вид

$$\begin{aligned} & [-i Y_{k-1, k}^{(1)} \operatorname{ctg} \theta^{(1)} - i Y_{k-1, k}^{(2)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)}] U_{k-1} + [i (Y_{k-1, k}^{(1)} + \\ & + Y_k^{(1)} + Y_{k, k+1}^{(1)}) \operatorname{ctg} \theta^{(1)} + i (Y_{k-1, k}^{(2)} + Y_k^{(2)} + Y_{k, k+1}^{(2)}) \times \\ & \times \operatorname{ctg} \theta^{(2)}] U_k + [-i Y_{k, k+1}^{(1)} \operatorname{ctg} \theta^{(1)} - i Y_{k, k+1}^{(2)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)}] \times \\ & \times U_{k+1} = 0. \end{aligned} \quad (5.115)$$

Умножив ур-ние (5.115) на $i \frac{\operatorname{tg} \theta^{(1)}}{\varepsilon v}$, получаем

$$\left[\frac{C_{k-1, k}^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_{k-1, k}^{(2)}}{\varepsilon} \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)} \right] U_{k-1} - \left[\frac{C_{k-1, k}^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_k^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_{k, k+1}^{(1)}}{\varepsilon} + \left(\frac{C_{k-1, k}^{(2)}}{\varepsilon} + \frac{C_k^{(2)}}{\varepsilon} + \frac{C_{k, k+1}^{(2)}}{\varepsilon} \right) \right] \times \\ \times \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)} \left] U_k + \left[\frac{C_{k, k+1}^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_{k, k+1}^{(2)}}{\varepsilon} \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)} \right] \times \\ \times U_{k+1} = 0. \quad (5.116)$$

Сравнивая ур-ния (5.116) и (5.76), находим частотное преобразование

$$\omega^2 = - \frac{\operatorname{tg} \theta^{(1)}}{\operatorname{tg} \theta^{(2)}} \quad (5.117)$$

и соотношения между сосредоточенными элементами фильтра (рис. 5.12в) и элементами СВЧ фильтра (рис. 5.16а), при которых обе схемы эквивалентны:

$$\frac{C_{k-1, k}^{(1)}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_{k-1, k}}; \quad \frac{C_{k, k+1}^{(1)}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_{k, k+1}}; \quad \frac{C_k^{(1)}}{\varepsilon} = \frac{1}{L_k}; \\ \frac{C_{k-1, k}^{(2)}}{\varepsilon} = C_{k-1, k}; \quad \frac{C_{k, k+1}^{(2)}}{\varepsilon} = C_{k, k+1}; \quad \frac{C_k^{(2)}}{\varepsilon} = C_k. \quad (5.118)$$

Для первого узла фильтра СВЧ получаем после умножения на $i \frac{\operatorname{tg} \theta^{(1)}}{\varepsilon v}$ уравнение:

$$(U_1 - E) i \frac{\operatorname{tg} \theta^{(1)}}{\varepsilon v Z_r} + \left[\frac{C_{11}^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_{12}^{(1)}}{\varepsilon} + \left(\frac{C_{11}^{(2)}}{\varepsilon} + \frac{C_{21}^{(2)}}{\varepsilon} \right) \right] \times \\ \times \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)} \left] U_1 - \left[\frac{C_{12}^{(1)}}{\varepsilon} + \frac{C_{12}^{(2)}}{\varepsilon} \operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{ctg} \theta^{(2)} \right] U_2 = 0. \quad (5.119)$$

Сравнение (5.119) и (5.83) показывает, что для эквивалентности схем, изображенных на рис. 5.16а и 5.12в, требуется выполнение условий (5.117), (5.118) и, кроме того, нормированная погонная емкость генератора (нагрузки) фильтра СВЧ должна быть равна

$$\frac{C_r}{\varepsilon} = \frac{C_H}{\varepsilon} = \frac{1}{R_r \sqrt{-\operatorname{tg} \theta^{(1)} \operatorname{tg} \theta^{(2)}}}. \quad (5.120)$$

Примем нормированную погонную емкость нагрузки равной значению ее на средней частоте полосы пропускания

$$\frac{C_r}{\varepsilon} = \frac{C_n}{\varepsilon} = \frac{1}{R_r \sqrt{-\operatorname{tg} \theta_0^{(1)} \operatorname{tg} \theta_0^{(2)}}}, \quad (5.121)$$

причем элементы полосового фильтра (рис. 5.12в) должны быть денормированы относительно средней частоты, определяемой в соответствии с (5.117) как

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \theta_0^{(1)}}{\operatorname{tg} \theta_0^{(2)}}}. \quad (5.122)$$

От выбора электрических длин линий на средней частоте $\theta_0^{(1)}$ и $\theta_0^{(2)}$ зависит ширина полосы задерживания. В [64] показано, что при выполнении условий

$$\left. \begin{aligned} \theta_0^{(1)} &= 3\theta_0^{(2)}, \\ \theta_0^{(1)} + \theta_0^{(2)} &\leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (5.123)$$

фильтры из связанных ступенчатых короткозамкнутых на обоих концах линий имеют наибольшую полосу задерживания и средняя частота первой паразитной полосы пропускания определяется из выражения (5.112). Например, из всей совокупности полуволновых ступенчатых фильтров условиям (5.123) соответствует фильтр с $\theta_0^{(1)} = 3\pi/4$; $\theta_0^{(2)} = \pi/4$.

Согласование фильтра с заданными сопротивлениями нагрузки G_A и G_B осуществляется с помощью трансформирующих звеньев (рис. 5.15б), реализуемых дополнительными стержнями (рис. 5.14б) электрической длины, равной $\theta^{(1)}$ или $\theta^{(2)}$.

Вследствие введения трансформирующих звеньев выражение для погонной емкости нагрузки (5.121):

$$\frac{C_n'}{\varepsilon} = \frac{\eta_A^2}{R_r \sqrt{-\operatorname{tg} \theta_0^{(1)} \operatorname{tg} \theta_0^{(2)}}}. \quad (5.124)$$

Следовательно, элементы полосового фильтра с сосредоточенными параметрами (рис. 5.12в) должны быть денормированы относительно нового сопротивления:

$$R_r' = \frac{\varepsilon \nu \eta_A^2}{G_A \sqrt{-\operatorname{tg} \theta_0^{(1)} \operatorname{tg} \theta_0^{(2)}}}, \quad (5.125)$$

где G_A — сопротивление нагрузки СВЧ фильтра.

Коэффициент трансформации η_A выбирается из условия физической реализуемости элементов фильтра

СВЧ. Погонные емкости нулевого, последнего, а также первого и предпоследнего стержня линии с электрической длиной, равной длине трансформирующих стержней, определяются из соотношений (5.96) и (5.97).

К синтезу ступенчатых фильтров возможен несколько иной подход [110], [109], на основе которого выводятся формулы перехода от элементов НЧ прототипа с золотаревской характеристикой к элементам матриц волновой проводимости, описывающих цепи I и цепи II четвертьволновых (структура рис. 5.14а) и полуволновых (рис. 5.14б) ступенчатых фильтров (прилож. 2).

Формулы перехода для четвертьволновых ступенчатых фильтров сведены в табл. 5.5, а для полуволновых

Таблица 5.5

Формулы для расчета четвертьволновых ступенчатых фильтров

Цепь I (θ_0)	Цепь II ($\frac{\pi}{4} - \theta_0$)	Примечание
$Y_{nl} = \rho c_l (1 + \lambda_{l+}^2)$ $Y_{km} = \rho c_k (1 + \lambda_{k-}^2)$	$Y_{nl} = \rho c_l (1 + \lambda_{l-}^2)$ $Y_{km} = \rho c_k (1 + \lambda_{k+}^2)$	$n = 1, 3, 5, \dots$ $k = 2, 4, 6, \dots$ $l = n + 1, \dots$ $m = k + 1, \dots$
$Y_{nn} = \rho c_n + Y_{n-1, n} + Y_{n, n+1}$ $Y_{kk} = Y_{k-1, k} + Y_{k, k+1}$		$\rho = \frac{\operatorname{tg} 2\omega_1}{2}, \omega_1 = \operatorname{tg} \frac{\pi f_1}{4f_0}$ $\lambda_{i\pm} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_i}{2\rho}\right)^2 + 1} \pm \frac{\Omega_i}{2\rho}$

ступенчатых фильтров — в табл. 5.6. Как видно из этих таблиц, элементы матриц пропорциональны масштабным множителям полосы пропускания ρ (для четвертьволновых фильтров) и q (для полуволновых фильтров). При введении трансформаторов на входе и выходе в цепь I и цепь II полуволнового фильтра с коэффициентом трансформации $\eta = \sqrt{q}$ и в цепь I четвертьволнового фильтра с коэффициентом трансформации $\eta = \sqrt{\rho}$ нормированные проводимости станут независимыми относительно ширины полосы пропускания.

Формулы для расчета полуволновых ступенчатых фильтров

Цепь I (θ_0)	Цепь II ($\pi - \theta_0$)	Примечание
$Y_{nl} = qc_l \left[1 + \lambda_{l-}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{l+}^2 + \lambda_{l-}^2) \right]$ $Y_{km} = qc_k \left[1 + \lambda_{k+}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{k-}^2 - \lambda_{k+}^2) \right]$	$Y_{nl} = qc_l (1 + \lambda_{l-}^2)$ $Y_{km} = qc_k (1 + \lambda_{k+}^2)$	$n = 1, 3, 5 \dots$ $k = 2, 4, 6 \dots$ $l = n + 1$ $m = k + 1$
$Y_{nn} = qc_n + Y_{n-1, n} + Y_{n, n+1}$ $Y_{kk} = Y_{k-1, k} + Y_{k, k+1}$		$q = 2\rho \frac{\theta_0}{\pi} \operatorname{tg} \theta_0$ $\rho = \frac{ \sin 2\theta_0 }{2\theta_0} \frac{f_0}{\Delta f}$ $\lambda_{l\pm} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_l}{2\rho}\right)^2 + 1} \pm \frac{\Omega_l}{2\rho}$

Введение трансформаторов в цепь I приводит:

— к появлению в матрицах цепи I элементов $Y_{00} = Y_{n+1, n+1} = 1$ и $Y_{01} = Y_{n, n+1} = 1/\eta$;

— к замене в матрицах цепи I элементов Y_{11} и Y_{nn} на $(Y_{11}/\eta^2 + 1/\eta^2)$ и $(Y_{nn}/\eta^2 + 1/\eta^2)$;

— к замене всех остальных элементов матриц цепи I и цепи II на Y/η^2 .

С целью получения удобных для реализации значений нормированных собственных и взаимных емкостей всех линий обеих цепей производятся линейные преобразования матриц проводимостей путем умножения строк и столбцов на масштабные множители.

ФИЛЬТРЫ НА ОТРЕЗКАХ СПИРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

6.1. Параметры и свойства спиральных линий

При реализации фильтров на распределенных элементах в низкочастотной части сверхвысокочастотного диапазона для получения габаритов, не выходящих за разумные пределы, используется либо диэлектрик с большой диэлектрической постоянной, либо замедляющие системы, из которых наиболее удачной оказалась спиральная линия. Возможно, конечно, и применение обоих упомянутых технических решений одновременно.

Область применения спирально-резонаторных фильтров, как видно из рис. В.1, — это в основном диапазон метровых волн (30—300 МГц). В метровом диапазоне реализация LC -фильтров, особенно узкополосных, затруднена из-за невозможности получить, при сохранении приемлемых размеров, катушки индуктивности с добротностью более 200, а также из-за малости расчетных номиналов, соизмеримых с паразитными элементами. Из-за соизмеримости размеров кварца и кварцедержателя на частотах выше 30 МГц невозможно получить высококачественные кварцевые резонаторы на основной частоте, использование же в фильтрах кварцевых резонаторов на гармонических составляющих затрудняется из-за большого количества паразитных колебаний.

Коаксиальные четвертьволновые фильтры на частотах метрового диапазона обладают слишком большими габаритами (например, частоте 50 МГц соответствует четвертьволновый отрезок длиной 1,5 м). Выход состоит в использовании замедляющих систем в виде отрезков спиральных линий, представляющих собой коаксиальный кабель с внутренним проводником в виде спирали. За счет увеличения первичных параметров L и C на единицу длины удается получить четвертьволновые резонаторы приемлемых размеров.

Изгибом провода в спираль достигается удлинение пути электромагнитной волны, наведенной в резонатор, и тем самым уменьшается скорость ее перемещения в осевом направлении. Эта идея была использована еще Герцем в его классических опытах по исследованию распространения электромагнитных волн.

Построение строгой теории спиральной линии связано с большими трудностями из-за отсутствия подходящей системы координат. Предложен ряд различных приближенных методов, из которых наиболее интересным представляется метод спирально-проводящего цилиндра, развитый Л. Н. Лошаковым и Е. П. Ольдерогге [47]. В модели спирально-проводящего цилиндра реальная однослойная катушка при достаточно густой намотке (виток к витку) заменяется системой проводящих колец с тем же радиусом, что и радиус катушки. Эти кольца плотно прилегают друг к другу, хотя электрически они изолированы. При беспредельном увеличении числа таких колец на единицу длины и при уменьшении до нуля диаметра проводника в пределе образуется сплошной цилиндр, обладающий анизотропной проводимостью. Действительно, по такому цилиндру ток не может протекать в осевом направлении, так как кольца изолированы друг от друга, и в то же время ток может протекать свободно вдоль витков.

Для расчета полей воспользуемся цилиндрической системой координат $r\varphi z$ (рис. 6.1).

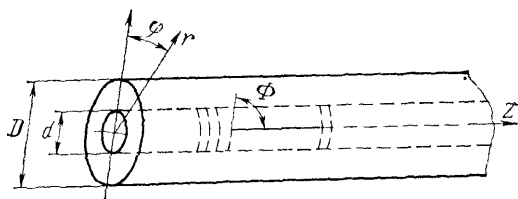


Рис. 6.1. К определению граничных условий на спирали и в кожухе

Ток, протекающий в спиральном направлении, можно представить в виде суммы кругового тока I_φ и осевого тока I_z . Току I_φ соответствует продольное магнитное поле H_z , а току I_z — поле H_φ , т. е. в спирали имеется как продольная, так и поперечная составляющие магнитного поля.

Так как спирально-проводящий цилиндр не проводит тока в направлении, перпендикулярном направлению витков, то тангенциальная составляющая напряженности электрического поля на поверхности спирально-проводящего цилиндра, перпендикулярная направлению витков, может быть отлична от нуля. Эту составляющую поля также можно представить в виде суммы кругового E_φ и осевого E_z полей, т. е. в спирально-проводящем цилиндре должны быть как продольная, так и поперечная составляющая электрического поля.

Уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{d\bar{B}}{dt}; \operatorname{rot} \bar{H} = \bar{i} + \frac{d\bar{D}}{dt};$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho; \operatorname{div} \bar{B} = 0$$

для изотропной среды принимают вид

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\mu \frac{d\bar{H}}{dt};$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{i} + \epsilon \frac{d\bar{E}}{dt};$$

$$\epsilon_0 \operatorname{div} \bar{E} = \rho; \operatorname{div} \bar{H} = 0.$$

В приведенных выше выражениях использованы общепринятые обозначения:

\bar{E} и \bar{H} — напряженность соответственно электрического и магнитного поля;

\bar{D} и \bar{B} — соответственно электрическая и магнитная индукции;

\bar{i} и ρ — соответственно плотность тока и объемная плотность заряда;

ϵ и μ — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемость среды.

В цилиндрической системе координат и при наличии только гармонической зависимости от времени $e^{i\omega t}$ (бесконечно длинный цилиндр при наличии только бегущей волны) и полагая, кроме того, что волны обладают коаксиальной симметрией, уравнения Максвелла можно представить в следующем виде:

$$\frac{dE_\varphi}{dz} = i\omega\mu H_r; \quad (6.1)$$

$$\frac{dE_r}{dz} - \frac{dE_z}{dr} = -i\omega\mu H_\varphi; \quad (6.2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_{\varphi}) = -i\omega\mu H_z; \quad (6.3)$$

$$\frac{dH_{\varphi}}{dz} = -i\omega\varepsilon E_r; \quad (6.4)$$

$$\frac{dH_r}{dz} - \frac{dH_z}{dr} = i\omega\varepsilon E_{\varphi}; \quad (6.5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rH_{\varphi}) = i\omega\varepsilon E_z; \quad (6.6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_r) + \frac{dE_z}{dz} = 0; \quad (6.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rH_r) + \frac{dH_z}{dz} = 0. \quad (6.8)$$

Из уравнений (6.1) и (6.8) для продольных компонент электрического и магнитного полей E_z и H_z получаем волновые уравнения:

$$\frac{d^2 E_z}{dz^2} + \frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} + \omega^2 \mu \varepsilon E_z = 0; \quad (6.9)$$

$$\frac{d^2 H_z}{dz^2} + \frac{d^2 H_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH_z}{dr} + \omega^2 \mu \varepsilon H_z = 0. \quad (6.10)$$

Найденные волновые уравнения для E_z и H_z совершенно идентичны и представляют собой линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Решим эти уравнения методом разделения переменных. В результате имеем:

$$E_z(H_z) = R(r)Z(z) \quad (6.11)$$

и

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{Rr} \frac{dR}{dr} + k^2 = -\frac{1}{z} \frac{d^2 z}{dz^2}. \quad (6.12)$$

Здесь

$$k^2 = \omega^2/v^2 = \omega^2 \mu \varepsilon; \quad (6.13)$$

v — скорость распространения электромагнитной энергии.

Равенство (6.12) выполняется при условии

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{Rr} \frac{dR}{dr} + k^2 = \beta^2; \quad (6.14)$$

$$-\frac{1}{z} \frac{d^2 z}{dz^2} = \beta^2 \quad (6.15)$$

ИЛИ,

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + (k^2 - \beta^2) R = 0 \quad (6.16)$$

и

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + \beta^2 Z = 0. \quad (6.17)$$

Решение уравнения (6.17) имеет вид

$$Z(z) = C_1 e^{i\beta z} + C_2 e^{-i\beta z}. \quad (6.18)$$

Но поскольку нами рассматривается бегущая волна вдоль положительного направления z , то $C_2 = 0$ и

$$Z(z) = C_2 e^{-i\beta z}, \quad (6.19)$$

где β — постоянная распространения (волновое число) для волн, распространяющихся вдоль идеальной линии, связанное с фазовой скоростью V соотношением

$$\beta = \omega/V. \quad (6.20)$$

Решение уравнения

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + r^2 (\beta^2 - k^2) R = 0 \quad (6.21)$$

выражается через функции Бесселя I_0 и K_0 с аргументом

$$r \sqrt{\beta^2 - k^2},$$

поэтому

$$\left. \begin{aligned} E_z &= [A I_0(r \sqrt{\beta^2 - k^2}) + B K_0(r \sqrt{\beta^2 - k^2})] e^{-i\beta z} \\ H_z &= [D I_0(r \sqrt{\beta^2 - k^2}) + E K_0(r \sqrt{\beta^2 - k^2})] e^{-i\beta z} \end{aligned} \right\}. \quad (6.22)$$

С учетом уравнений (6.1) — (6.8), (6.21), (6.22) можно записать поля для пространства внутри спирали:

$$E_{1z} = A_1 I_0 e^{-i\beta z}; \quad (6.23)$$

$$H_{1z} = D_1 I_0 e^{-i\beta z}; \quad (6.24)$$

$$E_{1r} = A_1 \frac{i \beta_0}{\sqrt{\beta^2 - k^2}} I_1 e^{-i\beta z}; \quad (6.25)$$

$$H_{1r} = D_1 \frac{i \beta}{\sqrt{\beta^2 - k^2}} I_1 e^{-i\beta z}; \quad (6.26)$$

$$E_{1\varphi} = -D_1 \frac{i k^2}{\omega \epsilon \sqrt{\beta^2 - k^2}} I_1 e^{-i\beta z}; \quad (6.27)$$

$$H_{1\varphi} = A_1 \frac{i k^2}{\omega \mu \sqrt{\beta^2 - k^2}} I_1 e^{-i\beta z} \quad (6.28)$$

и для пространства между спиралью и экраном:

$$E_{2r} = \frac{i\beta}{\sqrt{\beta^2 - k^2}} [A_2 I_1 - B_2 K_1] e^{-i\beta z}; \quad (6.29)$$

$$H_{2r} = \frac{i\beta}{\sqrt{\beta^2 - k^2}} [D_2 I_1 (r \sqrt{\beta^2 - k^2}) - E_2 K_1 (r \sqrt{\beta^2 - k^2})] e^{-i\beta z}; \quad (6.30)$$

$$E_{2\varphi} = -\frac{i k^2}{\varepsilon \omega \sqrt{\beta^2 - k^2}} [D_2 I_1 - E_2 K_1] e^{-i\beta z}; \quad (6.31)$$

$$H_{2\varphi} = \frac{i k^2}{\omega \mu \sqrt{\beta^2 - k^2}} [A_2 I_1 - B_2 K_1] e^{-i\beta z}. \quad (6.32)$$

В выражениях (6.23) — (6.32) аргументом функций Бесселя I_0 , I_1 ; K_0 и K_1 является

$$r \sqrt{\beta^2 - k^2}.$$

Для отыскания постоянных интегрирования A_1 , A_2 , B_2 , D_1 , D_2 , E_2 используем граничные условия на спирали и на экране. При этом по-прежнему будем полагать, что спираль и экран — идеально проводящие. Как было условлено ранее, заменяем спираль цилиндрической поверхностью радиусом $d_0/2$, равным среднему радиусу спирали. Будем также считать, что спираль проводит ток только в направлении витков спирали, характеризуемом углом Φ между направлением витка и осью z (рис. 6.1).

При идеальной проводимости в направлении спирали необходимо потребовать отсутствия электрического поля, тангенциального к цилиндрической поверхности радиуса $d_0/2$ и параллельного направлению спирали:

$$\left. \begin{aligned} E_{1\varphi} \left(\frac{d_0}{2} \right) \sin \Phi + E_{1z} \left(\frac{d_0}{2} \right) \cos \Phi &= 0; \\ E_{2\varphi} \left(\frac{d_0}{2} \right) \sin \Phi + E_{2z} \left(\frac{d_0}{2} \right) \cos \Phi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.33)$$

Электрическое поле (тангенциальное) и магнитное поле (нормальное к рассматриваемой поверхности) должны быть непрерывны при переходе через поверхность, т. е.

$$E_{1\varphi} \left(\frac{d_0}{2} \right) = E_{2\varphi} \left(\frac{d_0}{2} \right); \quad (6.34)$$

$$H_{1r} \left(\frac{d_0}{2} \right) = H_{2r} \left(\frac{d_0}{2} \right); \quad (6.35)$$

$$E_{1z} \left(\frac{d_0}{2} \right) = E_{2z} \left(\frac{d_0}{2} \right). \quad (6.36)$$

В рассматриваемой системе отсутствуют токи вне спирали, следовательно, отсутствуют и токи, перпендикулярные направлению спирали. Поэтому на цилиндрической поверхности радиуса $d_0/2$ должно быть непрерывное магнитное поле, параллельное направлению спирали:

$$H_{1\varphi} \left(\frac{d_0}{2} \right) \sin \Phi + H_{1z} \left(\frac{d_0}{2} \right) \cos \Phi = H_{2\varphi} \left(\frac{d_0}{2} \right) \sin \Phi + H_{2z} \left(\frac{d_0}{2} \right) \cos \Phi. \quad (6.37)$$

Уравнения (6.33) — (6.37) являются граничными условиями, которые должны выполняться на внутреннем проводнике — спирали. Следовательно, аргументы соответствующих функций Бесселя равны

$$\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2}.$$

Граничные условия на экране, радиус которого $D_0/2$, в предположении идеальной проводимости внутренних стенок дают

$$E_{2\varphi} \left(\frac{D_0}{2} \right) = 0; \quad (6.38)$$

$$E_{2z} \left(\frac{D_0}{2} \right) = 0; \quad (6.39)$$

$$H_{2r} \left(\frac{D_0}{2} \right) = 0. \quad (6.40)$$

Для этих компонент аргумент функций Бесселя равен

$$\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2}.$$

Используя ограничения, накладываемые на спираль и экран, уравнения (6.33) — (6.40), а также уравнения составляющих поля (6.23) — (6.32), можно найти постоянные интегрирования. Они будут равны:

$$A_1 = A_2 \left[1 - \frac{K_0 \left(\frac{d_0}{2} \right) I_0 \left(\frac{D_0}{2} \right)}{K_0 \left(\frac{D_0}{2} \right) I_0 \left(\frac{d_0}{2} \right)} \right]; \quad (6.41)$$

$$D_1 = -A_1 \frac{i \operatorname{ctg} \Phi \omega \epsilon \sqrt{\beta^2 - k^2} I_0 \left(\frac{d}{2} \right)}{k^2 I_1 \left(\frac{d}{2} \right)}; \quad (6.42)$$

$$D_2 = \frac{D_1}{1 - \frac{K_1 \left(\frac{d_0}{2} I_1 \frac{D_0}{2} \right)}{K_1 \left(\frac{D_0}{2} I_1 \frac{d_0}{2} \right)}}; \quad (6.43)$$

$$E_2 = D_2 \frac{I_1 \left(\frac{D_0}{2} \right)}{K_1 \left(\frac{D_0}{2} \right)}; \quad (6.44)$$

$$B_2 = \frac{A_2 I_0 \left(\frac{D_0}{2} \right)}{K_0 \left(\frac{D_0}{2} \right)}. \quad (6.45)$$

где D_0 и d_0 — диаметры внешнего проводника спиральной линии экрана и спирали.

Подстановка постоянных интегрирования (6.41) — (6.45) в ур-ние (6.37) приводит к трансцендентному уравнению для β :

$$\begin{aligned} k^2 \operatorname{tg}^2 \Phi &= (\beta^2 - k^2) \times \\ &\times \frac{I_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) I_1 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)}{I_1 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) I_0 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)} \times \\ &\times \frac{I_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) K_0 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) \rightarrow}{I_1 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) K_1 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) \rightarrow} \times \\ &\times \frac{\rightarrow - I_0 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) K_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)}{\rightarrow - I_1 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right) K_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)}. \end{aligned}$$

Применяя иную запись и обозначив число витков на единицу $\frac{1}{2}$ длины через m , получаем

$$\frac{\omega \pi m d_0}{v \sqrt{\beta^2 - k^2}} = \frac{I_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)}{I_1 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)} \times$$

$$\times \left[\frac{K_0 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta_0^2 - k^2} \right)}{I_0 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta_0^2 - k^2} \right)} - \frac{K_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta_0^2 - k^2} \right)}{I_0 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta_0^2 - k^2} \right)} \right. \\ \left. \frac{K_1 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)}{I_1 \left(\frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)} - \frac{K_1 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)}{I_1 \left(\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \right)} \right] \quad (6.46)$$

Решить ур-ние (6.46) аналитически представляется возможным только для больших и малых аргументов функций Бесселя с помощью асимптотических разложений.

Как было указано выше, область частот, в которой нашли наибольшее применение спиральные резонаторы, находится примерно в области между 10 и 500 МГц, что соответствует малым значениям аргументов функций Бесселя, т. е.

$$\frac{d_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \ll 1; \quad \frac{D_0}{2} \sqrt{\beta^2 - k^2} \ll 1.$$

Учитывая приближенные значения функций Бесселя, справедливые для малых аргументов, ур-ние (6.46) можно представить в виде

$$\left(\frac{\beta}{k} \right)^2 = \left(\frac{v}{V} \right)^2 \approx 1 + \frac{\left[1 - \left(\frac{d_0}{D_0} \right)^2 \right] (\pi md)^2}{2 \ln \left(\frac{D_0}{d_0} \right)}. \quad (6.47)$$

Но известно, что фазовая скорость, с которой распространяется падающая волна, в области частот, где между погонными постоянными (параметрами) длинной линии $L_{\text{л}}$, $R_{\text{л}}$, $C_{\text{л}}$ и $G_{\text{л}}$ выполняются соотношения: $\omega L_{\text{л}} \gg R_{\text{л}}$; $\omega C_{\text{л}} \gg G_{\text{л}}$, равна

$$V = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}}},$$

где индуктивность $L_{\text{л}}$ и емкость $C_{\text{л}}$ являются погонными постоянными линии.

Следовательно, ф-ла (6.47) с учетом погонных постоянных линий и того, что скорость света $v = 3 \cdot 10^{10}$ см/с, можно представить в виде

$$L_{\text{л}} C_{\text{л}} = \frac{2 \ln \frac{D_0}{d_0} + \left[1 - \left(\frac{d_0}{D_0} \right)^2 \right] (\pi m d_0)^2}{9 \cdot 10^{20} \cdot 2 \cdot \ln \frac{D_0}{d_0}}. \quad (6.48)$$

Погонная емкость цилиндрического конденсатора равна (в пФ/см)

$$C_{л} = \frac{0,55}{\ln \frac{D_0}{d_0}}.$$

Практически измеренная емкость спирального резонатора (а не бесконечно длинной спиральной линии) из-за краевого эффекта дна и вершины, а также собственной емкости спирали несколько больше (на 23%), чем емкость двух простых коаксиальных цилиндров, и равна

$$C_{л} = 0,68 / \ln \frac{D_0}{d_0}. \quad (6.49)$$

Максимальная добротность нагруженного резонатора достигается при соотношении диаметров $D_0/d_0 = 1,8$. При этом емкость спирального резонатора на единицу длины равна

$$C_{л} = 1,13 \text{ пФ/см}. \quad (6.50)$$

Из ур-ния (6.48) после отделения погонной емкости получаем погонную индуктивность $L_{л}$:

$$L_{л} = 10^{-3} \pi^2 m^2 d_0^2 \frac{D_0^2 - d_0^2}{D_0^2} \left[1 + \frac{2 \frac{D_0^2}{d_0^2} \ln \frac{D_0}{d_0}}{\pi^2 m^2 (D_0^2 - d_0^2)} \right], \frac{\text{мкГ}}{\text{см}}. \quad (6.51)$$

Погонная индуктивность спиральной коаксиальной линии (6.51) может рассматриваться как погонная индуктивность бесконечно длинного соленоида (в мкГ/см):

$$L'_{л} = 4\pi^2 \cdot 10^{-3} d_0^2 m^2, \quad (6.52)$$

умноженная на коэффициент, зависящий от влияния кожуха.

Вторым слагаемым, стоящим в квадратных скобках ур-ния (6.52), можно пренебречь по сравнению с единицей, не допуская при этом заметной ошибки.

Таким образом, погонная индуктивность спирального резонатора (в мкГ/см)

$$L_{л} = 10^{-2} \cdot m^2 d_0^2 \left[1 - \left(\frac{d_0}{D_0} \right)^2 \right]. \quad (6.53)$$

Используя выражение для погонных индуктивности и емкости (6.49) и (6.53), можно определить волновое сопротивление спиральной линии:

$$\rho_{\text{л}} = \sqrt{\frac{L_{\text{л}}}{C_{\text{л}}}} = 183 m d_0 \left\{ \left[1 - \left(\frac{d_0}{D_0} \right)^2 \right] \lg \frac{D_0}{d_0} \right\}^{1/2}.$$

При оптимальном, с точки зрения вносимых потерь, соотношений диаметров $D_0/d_0 = 1,80$ волновое сопротивление оказывается равным (в килоомах) $\rho_0 = 250/f_0 D_0$.

6.2. Общая характеристика фильтров со спиральными резонаторами

СПИРАЛЬНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Спиральный резонатор представляет собой четверть-волновый отрезок спиральной линии и состоит из однослойной цилиндрической катушки внутри круглого или прямоугольного высокопроводящего экрана (рис. 6.2).

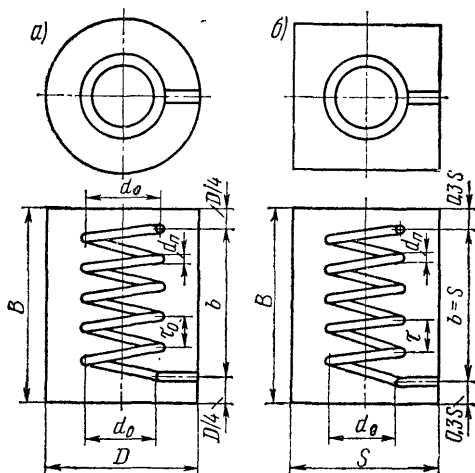


Рис. 6.2. Спиральный резонатор с круглым (а) и цилиндрическим (б) экраном

Катушка может быть бескаркасной либо выполняться из материала с малыми потерями, например, фторопласта или полистирола.

Формулы для расчета спиральных резонаторов с учетом диэлектрического каркаса с экраном квадратного сечения приведены в табл. 6.1 (Δ — толщина стенки

каркаса; ϵ — диэлектрическая проницаемость). В этих формулах учтено, что вследствие краевого эффекта и собственной емкости электрическая длина спирали примерно на 6% менее четверти длины волны, а также то, что экран должен выходить за пределы спирали на расстояние $0,3S$ с каждой стороны с тем, чтобы верхняя и нижняя крышки экрана не снижали добротности резонатора.

При расчете спиральных резонаторов по формулам табл. 6.1 погрешность резонансной частоты может составить около 10% [121, 77]. Эта погрешность устраняется без изменения размеров настройкой спиральных резонаторов на резонансную частоту с помощью диэлектрического поршня у разомкнутого конца спирали [76], латунного винта у короткозамкнутого конца спирали [77], электрически управляемого полупроводникового конденсатора (варикапа), соединенного с разомкнутым концом спирали [98]. Был предложен способ емкостной настройки спирального резонатора с температурной компенсацией [74].

При нагревании резонатора предложенной конструкции от -40 до $+70^\circ\text{C}$ резонансная частота уменьшилась на 0,06% вместо 0,25% без температурной компенсации.

Известна конструкция спирального резонатора, позволяющая увеличить диапазон подстройки до 20% [77]. Спиральная катушка такого резонатора без экрана показана на рис. 6.3. К разомкнутому концу спирали 1 припаяна металлическая пластина 2. На конце подстроечного винта 3 прикреплен металлический незамкнутый колпачок 4.

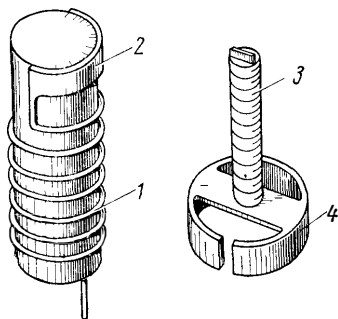


Рис. 6.3. Спиральная катушка резонатора с увеличенной шириной полосы подстройки

ФИЛЬТРЫ СО СПИРАЛЬНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ

Спирально-резонаторные фильтры обычно конструируются из отдельных «банок» (резонаторов) [121, 122], которые связываются индуктивными или емкостными связями.

Таблица 6.1

Формулы для расчета спиральных резонаторов

Наименование параметра	Формулы	Единица измерения
Отношение диаметра намотки d_0 к стороне квадрата экрана S	$\frac{d_0}{S} = 0,66$ (1)	см
Отношение шага намотки спирали τ к диаметру провода d_n	$\frac{\tau}{d_n} = 2$ (2)	см
Отношение длины спирали b к стороне квадрата экрана S	$\frac{b}{S} = 1$ (3)	см
Отношение высоты экрана H к стороне квадрата экрана S	$\frac{H}{S} = 1,6$ (4)	см
Добротность резонатора	$Q = \frac{S \sqrt{f_0}}{0,0423}$ (5)	см, МГц
Индуктивность спирального резонатора	$L_{\text{сп}} = \frac{0,689 \cdot 10^{-2} N^2 d_0^2}{b}$ (6)	Г, МГц
Емкость спирального резонатора	$C_{\text{сп}} = 1,15 \left(1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S} \right) b$ (7)	см, пФ
Волновое сопротивление	$\rho_{\text{сп}} = \frac{233,6}{f_0 S \left(1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S} \right)}$ (8)	КОМ, МГц, см
Шаг намотки	$\tau = \frac{f_0 S^2}{4060} \sqrt{1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S}}$ (9)	см, МГц
Число витков	$N = \frac{4060}{f_0 S \sqrt{1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S}}}$ (10)	см, МГц
Резонансная частота	$f_0 = \frac{4060}{NS \sqrt{1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S}}}$ (11)	
Диаметр провода	$d = \frac{S}{2N}$ (12)	см

Наиболее сложным вопросом при конструировании таких фильтров являются выбор и реализация элемента связи с нагрузками, а также между резонаторами. Индуктивная связь между резонаторами осуществляется с помощью окна в экране в пучности магнитного поля (у короткозамкнутых концов спиралей). Емкостная связь между резонаторами осуществляется в пучности электрического поля (у разомкнутых концов спиралей) с помощью окна в экране, штыря или конденсатора, включенного между нижними концам спиралей.

Задача точного определения размеров окна для связи между резонаторами в настоящее время не решена. Одним из авторов в результате измерений коэффициента связи между резонаторами в зависимости от высоты окна по методу Дишела предложено эмпирическое выражение для коэффициента связи при толщине стенок экранов 0,8 мм [121]. Для экранов толщиной 1,6 мм необходимо ввести поправочный множитель 1,075.

Связь крайних резонаторов с нагрузкой осуществляется с помощью петли или катушек связи (трансформаторная связь), отвода (автотрансформаторная связь), зонда (емкостная связь). Согласование фильтра с нагрузками, достигаемое с помощью измерения нагруженной добротности крайних резонаторов, осуществляется изменением

- расстояния между петлями связи и спиралью,
- числа витков и расположения катушки связи,
- глубины проникновения зонда в спиральный резонатор.

Кроме указанной конструкции фильтров, применяются и другие конструкции. Например, в [74] предлагается конструкция двухрезонаторного спирального фильтра со сплошной перегородкой между резонаторами. Спирали расположены на внутренней стенке экрана, а связи между резонаторами осуществляется за счет токов в экранах.

Интересна конструкция спиральных фильтров, показанная в разрезе на рис. 6.4, где спирали размещены на общем каркасе. Спиральные фильтры такой конструкции имеют меньший, примерно на 40%, объем и вес, чем фильтры классической формы. Однако в таких

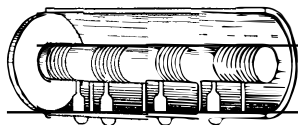


Рис 6.4 Спиральные фильтры с размещением спиралей на общем каркасе

фильтрах сложно реализовать подстройку резонансной частоты и связи между резонаторами.

Расчет спирально-резонаторных фильтров по заданной характеристике затухания включает в себя определение числа резонаторов, минимальной ненагруженной добротности, коэффициентов связи между резонаторами, нагруженной добротности крайних резонаторов.

В опубликованных работах [76, 102, 121, 146] рассматриваются узкополосные спиральные фильтры с относительной шириной полосы пропускания менее 5%. Исключение составляет [99], где приводится эквивалентная схема и характеристика спирального фильтра с носительной полосой пропускания порядка 20%. Связь между резонаторами фильтра осуществляется с помощью сосредоточенных емкостей. Однако значение элементов фильтра в работе не указано и методика расчета отсутствует.

В то же время в инженерной практике часто требуются фильтры с умеренно узкой полосой пропускания (5—20%) и более широкополосные (20—40%) с малой величиной затухания в полосе пропускания, которые можно реализовать только с помощью спиральных резонаторов из-за необходимости получения высокой добротности, а также из-за того, что характеристики LC -фильтров искажаются частотноизменяющимися паразитными элементами.

Методику расчета таких фильтров можно получить путем распространения методики расчета LC -фильтров, состоящих из связанных контуров, на фильтры со спиральными резонаторами. В настоящее время, ввиду того, что многие формулы для определения геометрических размеров спиральных резонаторов, полученные эмпирическим путем, являются приближенными (например, поправки за счет влияния краевых емкостей, за счет диэлектрического каркаса, формула для расчета перегородок и т. д.), целесообразно для расчета спиральных фильтров использовать не результаты точного расчета фильтров на связанных контурах, а квазиполиномиальную методику (гл. 3), как значительно менее трудоемкую.

6.3. Схемы замещения четвертьволновых отрезков спиральной линии

Для четвертьволнового отрезка длиной линии, когда $l = \lambda_0/4$, где λ_0 — длина волны,

$$f_0 = \frac{1}{4l \sqrt{L_{сп} C_{сп}}} = \frac{1}{4 \sqrt{L_{сп} C_{сп}}},$$

где $L_{сп}$ и $C_{сп}$ — распределенные индуктивность и емкость четвертьволнового отрезка длинной линии.

Как известно, входное сопротивление отрезка линии без потерь выражается в виде:

— в режиме короткого замыкания

$$Z_{кз} = i \rho_l \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_0}; \quad (6.54)$$

— в режиме холостого хода

$$Z_{хх} = i \rho_l \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_0}, \quad (6.55)$$

где ρ_l — волновое сопротивление спиральной линии.

При небольшой расстройке относительно f_0 (6.54) и (6.55) принимают вид:

$$Z_{кз} = i \rho_l \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{f-f_0}{f_0} \right) \approx i \rho_l \frac{2}{\pi} \frac{f_0}{f_0-f} \quad (6.56)$$

и

$$Z_{хх} = -i \rho_l \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{f-f_0}{f_0} \right) \approx i \rho_l \frac{\pi}{2} \frac{f-f_0}{f}. \quad (6.57)$$

Для резонансных контуров с сосредоточенными элементами имеем: $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{к} C_{к}}}$, причем для параллельного контура

$$Z_{вх} = i \frac{\rho_k f_0}{2(f_0 - f)} \quad (6.58)$$

и для последовательного

$$Z_{вх} = i \frac{2(f - f_0)}{f_0} \rho_k. \quad (6.59)$$

Из сравнения (6.55) с (6.58), а также (6.57) и (6.59) получаем выражения для схем замещения четвертьволновых разомкнутых и короткозамкнутых отрезков спиральной линии последовательным контуром:

$$\left. \begin{aligned} L_k &= \frac{L_{сп}}{2}; \\ C_k &= \frac{8}{\pi^2} C_{сп}; \\ \omega_{0к} &= \omega_{0сп}; \\ \rho_k &= \frac{\pi}{4} \rho_{сп} \end{aligned} \right\} \quad (6.60)$$

и параллельным контуром:

$$\left. \begin{aligned} L_{\text{к}} &= \frac{8}{\pi^2} L_{\text{сп}}; \\ C_{\text{к}} &= \frac{1}{2} C_{\text{сп}}; \\ \omega_{0\text{к}} &= \omega_{0\text{сп}}; \\ \rho_{\text{к}} &= \frac{4}{\pi} \rho_{\text{сп}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.61)$$

На рис. 6.5а показан четвертьволновый короткозамкнутый на конце отрезок спиральной линии с отводом.

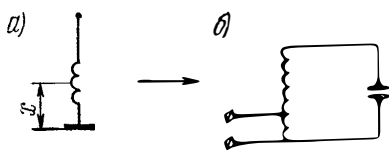


Рис. 6.5. Замещение спирального резонатора параллельным колебательным контуром

Напряжение вдоль отрезка изменяется по закону

$$U(x) = i I_{\text{н}} \rho_{\text{л}} \sin \beta x, \quad (6.62)$$

где x — расстояние от короткозамкнутого конца отрезка спиральной линии до отвода; β — фазовая постоянная спиральной линии; $I_{\text{н}}$ — ток в конце линии

На разомкнутом конце четвертьволнового отрезка ($\beta x = \frac{\pi}{2}$) имеет место максимальное значение напряжения $U_{\text{макс}}$. В качестве схемы замещения короткозамкнутого отрезка спиральной линии с отводом может служить параллельный контур с автотрансформаторным включением (рис. 6.5б). Из выражения (6.62) коэффициент трансформации

$$\eta = \frac{U_{\text{x}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{i I_{\text{н}} \rho_{\text{л}} \sin \beta x}{i I_{\text{н}} \rho_{\text{л}}} = \sin \beta x = \sin \varphi. \quad (6.63)$$

Если отвод делается от l -го витка, то, принимая во внимание, что вся спираль из N витков представляет собой четвертьволновый отрезок линии ($\beta x = 90^\circ$),

$$\eta = \sin \frac{90^\circ l_{\text{вх}}}{N}. \quad (6.64)$$

Емкость и индуктивность входной цепи соответственно равны:

$$L = \frac{8}{\pi^2} \cdot L_{\text{сп}} \sin^2 \varphi; \quad C = \frac{C_{\text{сп}}}{2} \sin^2 \varphi.$$

6.4. Узкополосные спиральные фильтры

Для узкополосного спирального фильтра с индуктивными связями исходной является схема LC -фильтра, показанная на рис. 3.16. Элементы схемы определяются по заданной характеристике затухания с помощью таблиц НЧ прототипов и формул перехода из табл. 3.2. Количество элементов схемы НЧ прототипа определяется по графикам [80, 84] с учетом частотного преобразования (3.14) и поправки из табл. 3.5 вне области применения преобразования (3.14).

Требуемая для реализации заданной характеристики добротность элементов определяется из выражения

$$Q = \frac{1}{\delta} \frac{\omega}{\omega_1 - \omega_{-1}}, \quad (6.65)$$

где δ — величина потерь, определяемая из таблиц [80].

Как правило, к форме характеристики в полосе пропускания узкополосных фильтров не предъявляется жестких требований, поэтому для определения Q_{xx} следует пользоваться выражением, полученным из (3.18).

$$Q_{xx} = \frac{4,35 \cdot \omega_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i}{(\omega_1 - \omega_{-1}) a_0}. \quad (6.66)$$

Прежде чем перейти к замещению параллельных контуров короткозамкнутыми отрезками спиральных линий, необходимо произвести некоторые эквивалентные преобразования схемы рис. 3.16, показанные на рис. 6.6(a и б). Включение на входе и выходе фильтра идеальных трансформаторов или автотрансформаторов ИТ-1 и ИТ-2, как показано на рис. 6.6а, дает возможность выбора всех контуров фильтра (L_{rk} и C_{rk}) с волновым сопротивлением ρ_k , оптимальным с точки зрения добротности. При этом коэффициенты трансформации или автотрансформации на входе и выходе фильтра определяются из соотношений:

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{R_1 \Delta\omega \cdot C_{r1}}{r_1 \alpha_1}} = \sqrt{\frac{R_1 \Delta\omega}{r_1 \alpha_1 \omega_0 \rho_k}}; \quad (6.67)$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{R_2 \Delta\omega C_{rn}}{\alpha_n}} = \sqrt{\frac{R_2 \Delta\omega}{\alpha_n \omega_0 \rho_k}}.$$

Поскольку в фильтрах на спиральных резонаторах используется взаимдуктивная связь, необходимо перейти от схемы рис. 6.6а к схеме рис. 6.6б.

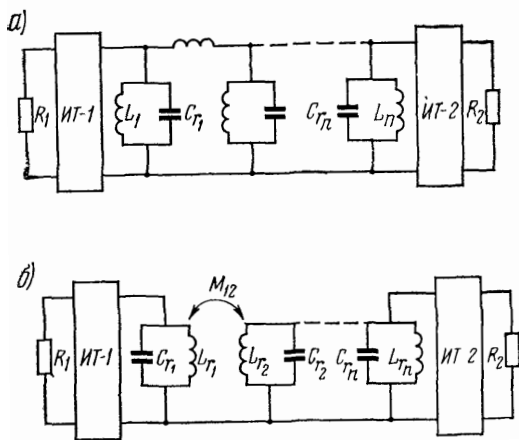


Рис. 6.6. Переход от квазиполиномиального фильтра к фильтру на спиральных резонаторах

Формулы такого преобразования:

$$\left. \begin{aligned} M_{k, k+1} &= \frac{L_k L_{k+1}}{L_k + L_{k+1} + L_{k, k+1}} ; \\ L'_k &= \frac{L_k (L_{k+1} + L_{k, k+1})}{L_k + L_{k+1} + L_{k, k+1}} ; \\ L'_{k+1} &= \frac{L_{k+1} (L_k + L_{k, k+1})}{L_k + L_{k+1} + L_{k, k+1}} \end{aligned} \right\} \quad (6.68)$$

достаточно хорошо известны [86].

Предполагается, что взаимдуктивная связь существует лишь между соседними контурами; это обстоятельство должно учитываться при конструировании.

Подставляя в (6.68) значения $L_{k, k+1}$; L_k и L_{k+1} и принимая во внимание условие узкополосности ($L_{k, k+1} \gg \gg L_r$), получим:

$$\left. \begin{aligned} M_{k, k+1} &\cong \frac{L_{rk}^2}{L_{k, k+1}} = L_{rk} \frac{\Delta\omega}{\omega_0 \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1}}} ; \\ L'_k = L'_{k+1} &\approx L_{rk} \end{aligned} \right\} \quad (6.69)$$

Учитывая $M_{k, k+1} = \kappa_{k, k+1} \sqrt{L_k L_{k+1}}$, найдем коэффициент связи между соседними резонаторами:

$$\kappa_{k, k+1} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0 \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1}}} . \quad (6.70)$$

Подставляя в (6.67) формулы замещения параллельных контуров короткозамкнутыми отрезками спиральных линий (6.61), получим:

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \sqrt{\frac{R_1 \Delta\omega\pi}{r_1 \alpha_1 \omega_0 4\rho_{сп}}} ; \\ \eta_2 &= \sqrt{\frac{\pi R_2 \Delta\omega}{4\omega_0 \alpha_2 \rho_{сп}}} \end{aligned} \right\} . \quad (6.71)$$

Далее по формулам из табл. 6.1 для Q_{xx} и $f_{рез}$ определяются геометрические размеры спиральных резонаторов и волновое сопротивление $\rho_{сп}$.

Взаимоиндуктивная связь между спиральными резонаторами осуществляется со стороны заземленных концов спиралей, т. е. в пучности магнитного поля, понижением экранирующей перегородки между резонаторами на величину h относительно конца спирали (рис. 6.8).

При реализации узкополосных ($< 10\%$) спирально-резонаторных фильтров, имеющих коэффициент связи между резонаторами порядка $10-50 \times 10^{-3}$, размер окна связи можно определить из графика рис. 6.7, построенного на основании эмпирической формулы [121]

$\kappa = 0,071 \left(\frac{h}{d_0} \right)^{1,91}$, где h — высота окна; d_0 — средний диаметр спиральной катушки.

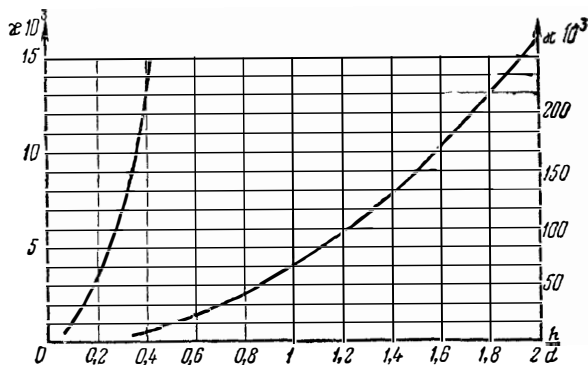


Рис. 6.7. График для определения размера окна связи между резонаторами

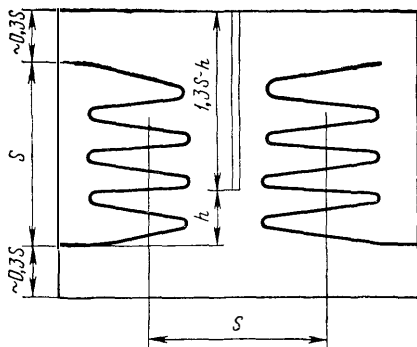


Рис. 68 Индуктивная связь между соседними спиральными резонаторами за счет понижения экранирующей перегородки

Трансформаторную связь фильтра с нагрузками на входе и выходе можно реализовать с помощью штырей или витков связи, а автотрансформаторную — с помощью отвода от спирали. Расчет двух первых типов связи сложен, так как требует детального описания картины электромагнитного поля с помощью совместного решения большого числа диф-

ференциальных уравнений. Автотрансформаторная связь с нагрузками с помощью отвода от спирали механически прочна, удобна в регулировке и характеризуется хорошей повторяемостью при серийном изготовлении.

Точка отвода определяется из совместного решения выражений (6.71) и (6.64):

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{вх}} &= \frac{N}{90^\circ} \arcsin \sqrt{\frac{R_1 \Delta \omega \pi}{r_1 \alpha_1 \omega_0 4 \rho_{\text{сп}}}}; \\ I_{\text{вых}} &= \frac{N}{90^\circ} \arcsin \sqrt{\frac{R_2 \Delta \omega \pi}{\alpha_n \omega_0 4 \rho_{\text{сп}}}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.72)$$

Для узкополосных спиральных фильтров с емкостной связью между резонаторами исходной схемой LC-фильтра является рис. 3.1а.

Для узкополосных спиральных фильтров с характеристикой, геометрически симметричной относительно средней частоты, исходной схемой LC-фильтра является схема из табл. 3.6, состоящая из параллельных резонансных контуров с индуктивно-емкостными связями.

6.5. Спиральные фильтры с умеренно узкой полосой пропускания

В узкополосных спиральных фильтрах низкоомная связь крайних резонаторов с генератором и нагрузкой осуществляется с помощью автотрансформаторного отвода, петли связи, катушек связи, помещенных в пучность магнитного поля.

Простейший элемент связи с нагрузками — петля, но при этом трудно выполнить жесткую конструкцию. Методики расчета подобной связи не существует, величина ее регулируется изменением расстояния и углом наклона петли по отношению к спирали.

Наиболее приемлема в узкополосных спиральных фильтрах связь от отвода в спиральной катушке ввиду ее механической прочности и удобства регулирования.

Выражение для коэффициента трансформации (6.64) можно записать в виде

$$\eta = \frac{\sin \beta x}{\sin \beta l} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}},$$

где β — фазовая постоянная спиральной линии; x — расстояние от короткозамкнутого конца до точки отвода; l — длина всего отрезка спиральной линии, равного $\lambda/4$ для средней частоты полосы пропускания фильтра ω_0 .

Из выражения следует, что коэффициент трансформации η зависит от ω . При относительной ширине полосы пропускания порядка нескольких процентов зависимостью $\eta(\omega)$ можно пренебречь, при большей ширине полосы пропускания не удастся получить требуемое согласование с нагрузкой.

С целью улучшения согласования первый и последний резонаторы можно соединить с источником сигнала

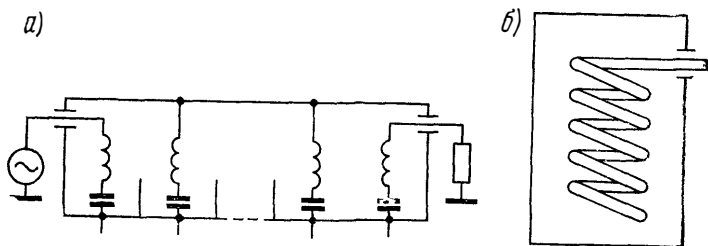


Рис. 6.9. Схема спирального фильтра с умеренно узкой полосой пропускания (а) и спиральный резонатор с непосредственным соединением с внешней цепью (б)

и нагрузкой непосредственно (рис. 6.9). При этом можно реализовать спирально-резонаторные фильтры с умеренно узкой полосой пропускания (5—20%).

Исходной схемой такого фильтра является LC -схема, показанная на рис. 3.1в, ее элементы рассчитываются по формулам из табл. 3.2. Если в качестве прототипа использовать НЧ фильтры без потерь, функция фильтрации которых выражается полиномами Чебышева или Баттерворта, то при равных нагрузках на входе и выходе фильтра $L_{r_1} = L_{r_n}$.

Поскольку в фильтрах на спиральных резонаторах используется взаимоиндуктивная связь, необходимо перейти от схемы рис. 3.1в к рис. 6.10.

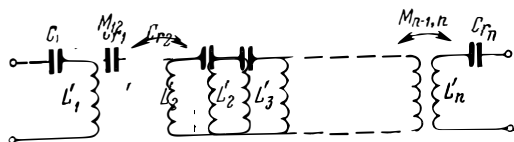


Рис. 6.10. Параллельные контуры, связанные взаимоиндуктивными связями

Формулы такого преобразования хорошо известны [86]:

$$\begin{aligned} M_{k, k+1} &= L_{k, k+1}; \\ L'_k &= L_k + L_{k-1, k} + L_{k, k+1} = L_{r_k}; \\ L'_1 &= L_1 - L_{12} = L_{r_1}; \quad L'_n = L_n - L_{n-1, n} = L_{r_n}. \end{aligned} \quad (6.73)$$

Коэффициент связи между контурами определяется из (6.73) и формул табл. 3.2:

$$\begin{aligned} \kappa_{k, k+1} &= \frac{M_{k, k+1}}{\sqrt{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}} = \frac{L_{k, k+1}}{\sqrt{L_{r_k} L_{r_{k+1}}}} = \\ &= \frac{\omega_0 \Delta \omega}{\omega_1 \omega_{-1} \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1}}}. \end{aligned} \quad (6.74)$$

Далее необходимо произвести замещение резонансных контуров отрезками спиральной линии. Заменяя первый и последний резонансный контур разомкнутыми спиральными резонаторами, а остальные резонансные контуры — короткозамкнутыми спиральными резонаторами, можно получить формулы для расчета величины индуктивности первого и последнего спирального резонаторов:

$$L_{сп1(n)} = 2L_{k_1} = 2L_{r_1} = 2 \frac{\alpha_1 R_{r_1}}{\Delta \omega}. \quad (6.75)$$

Индуктивности остальных спиральных резонаторов можно выбрать произвольно, но с конструктивной точки зрения удобнее их выбирать одинаковыми, равными $L_{\text{сп}}$.

Из ф-л (6), (3), (9), (1), (5) табл. 6.1 получаем

$$L_{\text{сп}} = \frac{1,17}{Q \sqrt{f_0^3} \left(1 + \frac{1,772 \Delta \varepsilon}{S}\right)}. \quad (6.76)$$

Совместное решение выражений (5) табл. 6.1 и (6.76) дает

$$Q = \frac{1,17}{L_{\text{сп}} \sqrt{f_0^3}} = \frac{\sqrt{f_0} \cdot 1,772 \Delta \varepsilon}{0,0423}. \quad (6.77)$$

Подставляя (6.75) в (6.77), получим выражение для добротности крайних резонаторов (f , Δf — в МГц):

$$Q_1(n) = \frac{1,17 \cdot \pi \Delta f \cdot 10^6}{\alpha_1 R_1 r_1 \sqrt{f_0^3}} = \frac{\sqrt{f_0} \cdot 1,772 \Delta \varepsilon}{0,0423} = \frac{3,676 \cdot \Delta f \cdot 10^6}{\alpha_1 R_2 \sqrt{f_0^3}} - 41,89 \sqrt{f_0} \Delta \varepsilon. \quad (6.78)$$

Добротность крайних резонаторов должна быть не менее величины Q_{xx} , требуемой для реализации заданного затухания в полосе пропускания, определяемой, например, по номограммам [100] или из выражения (6.66):

$$Q_1(n) \geq Q_{\text{xx}}. \quad (6.79)$$

Невыполнение условия (6.79) приведет к увеличению затухания в полосе пропускания.

Связь между спиральными резонаторами осуществляется понижением экранирующей перегородки на величину h относительно конца спирали.

Для фильтра с полосой пропускания менее 10%, когда электрическое поле в пределах окна в экране близко к нулю, а магнитное поле почти постоянно, размер окна связи можно определить из графика рис. 6.7. При большей величине окна связь становится комплексной, и расчетный метод непригоден. Для фильтров с относительной шириной полосы пропускания более 10% график рис. 6.7 может служить лишь для первоначальной оценки величины окна, которая затем уточняется на основе измерений коэффициентов связи. Следует заметить, что при полном устранении перегородки между согласно намотанными резонаторами коэффициент связи не равен нулю, емкостная связь не противодействует индуктивной, а поддерживает ее [90].

Методика расчета в соответствии с изложенным состоит из следующих этапов:

1) определяется порядок фильтра, необходимый для реализации заданной характеристики затухания по графикам [80] или номограммам Каваками [100] с учетом преобразования (3.13) и поправки из табл. 3.5 вне области применения (3.13);

2) определяются элементы прототипа ($\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, r_1$) [80];

3) определяется минимальная требуемая добротность резонаторов Q_{xx} по таблицам [80] или из выражения (6.66);

4) определяются добротности крайних резонаторов Q_1 и Q_n из выражения (6.78);

5) проверяется выполнение условия (6.79). При невыполнении условия (6.79) фильтры с заданными характеристиками рассматриваемым способом реализовать невозможно;

6) при выполнении условия (6.79) добротность всех резонаторов выбирается равной добротности крайних резонаторов;

7) по формулам, приведенным в табл. 6.1, определяются геометрические размеры спиральных резонаторов: сторона квадрата экрана S ; число витков спирали N ; диаметр каркаса d_0 ; шаг намотки τ ; диаметр провода $d_{\text{п}}$; высота экрана H ;

8) из выражения (6.74) определяются коэффициенты связи между резонаторами;

9) по графику $\frac{h}{d} = f(k_k, k_{k+1})$ (рис. 6.7) определяется ориентировочная величина перегородок, которая уточняется при настройке.

6.6. Спирально-резонаторные фильтры с сосредоточенными связями

При относительной ширине полосы пропускания 15—40% целесообразно применять спирально-резонаторные фильтры, состоящие из короткозамкнутых отрезков спиральной линии с сосредоточенными связями (емкостями).

Исходной схемой такого фильтра является LC -схема, показанная на рис. 3.1д, элементы которой рассчитываются по формулам из табл. 3.2. Методика расчета спирально-резонаторных фильтров с сосредоточенными связями должна состоять из следующих этапов:

1) определения порядка фильтра, необходимого для реализации заданной характеристики затухания по графикам [80] или номограммам Каваками [100] с учетом преобразования (3.13) или поправки из табл. 3.5 вне области преобразования (3.13) или поправки из табл. 3.5 вне области применения выражения (3.13);

2) определения по таблицам [80] элементов прототипа (a_1, a_2, a_n, r_1);

3) определения минимальной требуемой добротности элементов по номограмме [121], по таблицам [80] или из выражения (6.66);

4) расчета по величине добротности Q_{xx} и f_0 геометрических размеров и величины индуктивности $L_{сп}$ спиральных резонаторов;

5) определения по формуле замещения (6.61) величины индуктивности эквивалентного параллельного контура L_{r_k} ;

6) определения из выражения (3.12) максимально и минимально допустимых значений индуктивностей крайних контуров схемы рис. 3.1д, при которых все элементы схемы остаются положительными. При выполнении условия $L_{мин} < L_{r_k} < L_{макс}$ все индуктивности эквивалентной схемы следует выбрать равными.

Остальные элементы эквивалентной схемы рассчитываются по формулам из табл. 3.2. В этом случае в спиральном фильтре используется полное включение спирали, т. е. емкости связи включаются между разомкнутыми концами спирали. При невыполнении условия (3.12) ($L_r > L_{макс}$) используется неполное (ав-

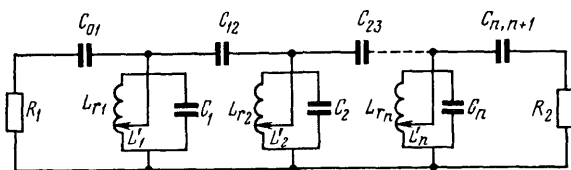


Рис. 6.11. Полосовой фильтр на параллельных колебательных контурах, включенных через автотрансформаторы

тотрансформаторное) включение спирали — спираль с отводом (рис. 6.11), при этом, как показала практика, целесообразно выбирать эквивалентную индуктивность

до отвода L' , близкую по величине к $L_{\text{мин}}$, определяемой из выражения (3.12). В этом случае все элементы схемы рис. 3.10 рассчитываются при $L_{r_k} = L'$ по формулам из табл. 3.2;

7) определения коэффициента автотрансформации:

$$\eta = \sqrt{\frac{L'_1}{L_{r_k}}}; \quad (6.80)$$

8) определения с помощью выражения (6.64) точки отвода от спирали

$$l_{\text{от}} = \frac{N}{90^\circ} \arcsin \eta; \quad (6.81)$$

9) определения из выражения

$$\kappa_{k, k+1} = \frac{\omega_0 \Delta \omega}{\omega_1 \omega_{-1} \sqrt{\alpha_k \alpha_{k+1}}} = \frac{C_{k, k+1}}{C_{r_k}} \quad (6.82)$$

коэффициентов связи между резонаторами.

6.7. Настройка спирально-резонаторных фильтров

В отличие от LC -фильтров, настройка которых в основном сводится к настройке отдельных контуров и звеньев, для спиральных фильтров особое значение имеет настройка в целом. Настройка спирально-резонаторных фильтров включает в себя три этапа:

— настройку связи крайних резонаторов с генератором и нагрузкой;

— настройку всех резонаторов на среднюю частоту полосы пропускания фильтра;

— регулировку связи между резонаторами в соответствии с расчетными коэффициентами связи.

На первом этапе настройки выполняются следующие операции:

а) на вход фильтра подается сигнал с частотой f_0 ;

б) индикатор с высокоомным входом слабо связывается с первым резонатором;

в) полностью исключается влияние всех последующих резонаторов, для чего последующие резонаторы закорачиваются;

г) первый резонатор настраивается с помощью латунного винта на частоту f_0 по максимальному показанию индикатора;

д) измеряется ширина полосы пропускания первого резонатора Δf_{p1} по уровню 3 дБ, которая связана с шириной полосы пропускания фильтра следующим соотношением:

$$\Delta f_p = \frac{\Delta f_\Phi}{\alpha_1}; \quad (6.83)$$

е) связь первого резонатора с генератором регулируется до тех пор, пока ширина полосы пропускания не станет равной расчетной (6.83);

ж) вход и выход фильтра меняются местами; настраивается связь последнего резонатора с нагрузкой.

На втором этапе регулировки поочередно настраиваются все нечетные резонаторы на максимум показаний индикатора в первом резонаторе, а все четные — на минимум на резонансной частоте f_0 [91], как показано на рис. 6.12, где

а) первый резонатор настроен по максимуму на f_0 , все остальные — короткозамкнуты;

б) второй резонатор настроен по минимуму на f_0 ; все последующие — короткозамкнуты;

в) третий резонатор настроен по максимуму на f_0 , все последующие — короткозамкнуты;

г) четвертый резонатор настроен по минимуму на f_0 , все последующие — короткозамкнуты.

Третий этап регулировки особенно важен для фильтров с полосой пропускания более 10%.

Измерение коэффициентов связи между резонаторами осуществляется в последовательном порядке путем измерения ширины полосы между различными пиками характеристик, появляющихся в первом резонаторе при последовательном подключении последующих резонаторов [121]:

а) при закорачивании всех резонаторов, кроме первого, на первом резонаторе имеем один пик на частоте f_0 (рис. 6.12а);

б) при размыкании второго резонатора (рис. 6.12б)

$$\Delta f_p = \kappa_{12} f_0; \quad (6.84)$$

в) при размыкании третьего резонатора (рис. 6.12в) имеем выражение

$$\left(\frac{\Delta f_p}{\Delta f_\Phi}\right)^2 - (\kappa_{12}^2 + \kappa_{23}^2) \frac{\Delta f_p}{\Delta f_\Phi} = 0,$$

которое дает два решения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_p &= 0; \\ \Delta f_p &= \sqrt{\kappa_{12}^2 + \kappa_{23}^2} f_0 \end{aligned} \right\}; \quad (6.85)$$

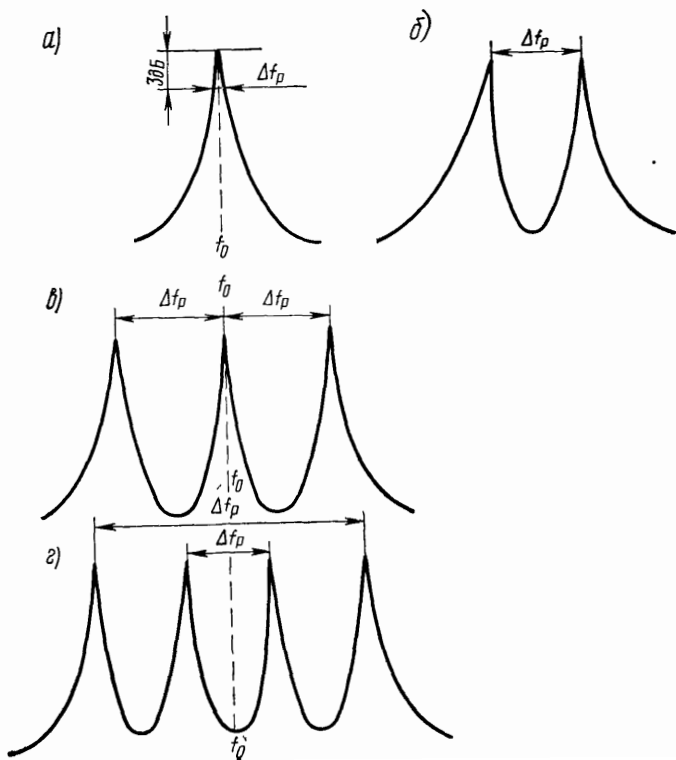


Рис. 6.12. Этапы настройки фильтра на спиральных резонаторах

г) для четвертого резонатора выражение

$$\left(\frac{\Delta f_p}{\Delta f_\Phi}\right)^4 - (\kappa_{12}^2 + \kappa_{23}^2 + \kappa_{34}^2) \left(\frac{\Delta f_p f_0}{\Delta f_\Phi^2}\right)^2 + (\kappa_{12}\kappa_{34})^2 \left(\frac{\Delta f_0^2}{\Delta f_\Phi^2}\right) = 0$$

имеет два решения:

$$\Delta f_p = f_0 \times \left[\frac{(\kappa_{12}^2 + \kappa_{23}^2 + \kappa_{34}^2) \pm \sqrt{(\kappa_{12}^2 + \kappa_{23}^2 + \kappa_{34}^2)^2 - 4(\kappa_{12}\kappa_{34})^2}}{2} \right]^{1/2} \quad (6.86)$$

Большая величина Δf_p — это расстояние между внешними пиками, а меньшая величина Δf_p — расстояние между внутренними. В выражениях (6.84) — (6.86) κ_{12} ; κ_{23} ; κ_{34} — коэффициенты связи между резонаторами.

Величины Δf_p , определяемые из выражений (6.84) — (6.86), используются при настройке спиральных фильтров, состоящих из семи резонаторов (включительно). Фильтр настраивается от входа к выходу, а затем от выхода ко входу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прежде чем проектировать тот или иной фильтр, проектировщик всегда должен решить вопрос: какой же тип фильтра будет наиболее предпочтительным при заданных условиях? Иногда этот вопрос, по существу, решается техническими требованиями: например, если вход и выход фильтра должны сопрягаться с волноводами определенного сечения, в большинстве случаев целесообразно проектировать волноводный фильтр.

В связи с непрерывным усложнением радиоэлектронной аппаратуры все большую роль приобретает вопрос о габаритах фильтров. Поскольку габариты зависят от допустимой величины потерь в полосе пропускания, возникает задача сравнения фильтров различных типов по габаритам, необходимым для обеспечения заданной предельно допустимой величины потерь (т. е. обеспечения нужной величины ненагруженной добротности резонаторов). Авторами работы [124] введен габаритный индекс потерь $G = a_{cp} v_{cp}$, где $a_{cp} = a_0/n$ — средняя величина потерь одного резонатора фильтра при относительной ширине полосы пропускания 1%; a_0 — затухание (потери) фильтра в полосе пропускания, приведенное к однопроцентной ширине; n — число резонаторов; v_{cp} — средний объем одного резонатора фильтра.

Приведенные величины потерь фильтра в полосе пропускания к однопроцентной ширине полосы производится на основании полученной в [123] из экспериментальных данных для фильтров СВЧ закономерности: «произведение усредненных потерь резонатора фильтра на ширину полосы пропускания есть постоянная». Как известно, та же закономерность используется и при расчете фильтров на сосредоточенных элементах [2, 80].

Очевидно, чем меньше G , тем лучше фильтр с точки зрения одновременного выполнения требований миниатюризации и потерь. Экспериментальное определение габаритного индекса производится так:

- объем фильтра делится на число резонаторов;
- диссипативные потери фильтра делятся на число резонаторов и приводятся к полосе 1%;
- две найденные величины перемножаются.

В объем фильтра включаются все вспомогательные устройства (экраны, магниты, термостаты, усилители и т. п.), без которых невозможна его нормальная работа.

В табл. 1 представлены различные типы фильтров с указанием габаритного индекса [124].

Таблица 3.1

Значения габаритного индекса для различных типов фильтров СВЧ

Тип фильтра	$a_{ср}$, дБ	Q_0	G , дБ·см*	Примечание
Встречно-стержневой	0,34	1000—1300	2,2—3,3	Высота фильтра 10 мм
Боночный*	0,17	2000—2500	2,2—2,6	То же
Микрополосковый на связанных линиях	2,0	150—250	3,0—3,6	Толщина подложки 1 мм; $\epsilon_r = 10$
Волноводный (без диэлектрического заполнения)	0,09	7000—9000	14,6	Сечение 72×34 мм
Печатный на симметричной полосковой линии	1,6	200—300	7,5—8	Толщина 4 мм; $\epsilon_r = 2,5$

*См. [8], с.322

Значения габаритного индекса, несомненно, должны зависеть от частоты; по-видимому, соотношения между габаритными индексами различных фильтров также должны зависеть от частоты. К сожалению, в [123, 124] не указаны частоты, для которых определяется габаритный индекс.

Применительно к одному из типов фильтров, рассматриваемых в этой книге, а именно спиральным фильтрам, задача определения габаритного индекса облегчается наличием расчетных формул. Для остальных типов остается возможным лишь экспериментальный под-

ход. В табл. 2 сведены полученные таким путем данные для некоторых типов фильтров для частоты 300 МГц.

Таблица 32

Значения габаритного индекса для различных типов фильтров для частоты 300 МГц

Тип фильтра	$a_{\text{ср}}$, дБ	G , дБ·см ³	Примечание
Спиральный	0,9	2,55	—
Гребенчатый	1,25	48	Сосредоточенная емкость из фторопласта, $f^* \approx 2f_0$
Печатный встречно-стержневой	3,4	19	—

В последние два-три года опубликованы данные по новому типу фильтров, в которых используются поверхностные акустические волны. Это новое направление открывает возможности миниатюризации фильтров с широкой и узкой полосой, линий задержки, согласованных фильтров и аттенуаторов [122].

Таблица 33

Возможные характеристики полоснопропускающих фильтров с использованием поверхностных волн

Параметр	В настоящее время	В перспективе
Средняя частота f_0	1 (МГц—1 ГГц	1 МГц—2 ГГц
Полоса пропускания	50 кГц—0,4 МГц	20 кГц—0,8 f_0
Потери в полосе пропускания	6 дБ	2—3 дБ
Неравномерность АЧХ в полосе пропускания	$\pm 0,25$ дБ	$\pm 0,1$ дБ
Затухание в полосе задерживания	45 дБ	65 дБ
Коэффициент прямоугольности	1,2	1,2

РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ
В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ФИЛЬТРОВ

Дроби Чебышева вида

$$F_n(x) = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n}{(\alpha_0 - x)^{n-1}} = \frac{U_n(x)}{(\alpha_0 - x)^{n-1}};$$

$$U_1 = x;$$

$$U_2 = x^2 (\alpha_0 + \beta) - x - \beta;$$

$$U_3 = x^3 (2\alpha_0^2 - 1 + 2\alpha_0\beta) - x^2 (2\alpha_0 + 2\beta) - x (\alpha_0^2 - 2 + 2\alpha_0\beta) + 2\beta;$$

$$U_4 = x^4 (4\alpha_0^3 - 3\alpha_0 + 4\alpha_0^2\beta - \beta) - x^3 (6\alpha_0^2 - 3 + 6\alpha\beta) - \\ - x^2 (3\alpha_0^3 - 6\alpha_0 + 5\alpha_0^2\beta - 5\beta) + x (3\alpha^2 - 4 + 6\alpha\beta) + (\alpha^2 - 4) \beta;$$

$$U_5 = x^5 (8\alpha_0^4 - 8\alpha_0^2 + 1 + 8\alpha_0^3\beta - 4\alpha_0\beta) - x^4 (16\alpha_0^3 - 12\alpha_0 + \\ + 16\alpha_0^2\beta - 4\beta) - x^3 (8\alpha_0^4 - 22\alpha_0^2 + 8 + 12\alpha_0^3\beta - 20\alpha_0\beta) + \\ + x^2 (12\alpha_0^3 - 16\alpha_0 + 20\alpha_0^2\beta - 12\beta) + x (\alpha_0^4 - 8\alpha_0^2 + 8 + \\ + 4\alpha_0^3\beta - 16\alpha_0\beta) - (4\alpha_0^2 - 8) \beta;$$

$$U_6 = x^6 (16\alpha^5 - 20\alpha^3 + 16\alpha^4\beta - 12\alpha^2\beta + 5\alpha + \beta) + \\ + x^5 (-40\alpha^4 + 40\alpha^2 - 40\alpha^3\beta + 20\alpha\beta - 5) + x^4 (-20\alpha^5 + 70\alpha^3 - \\ - 40\alpha - 28\alpha^4\beta + 66\alpha^2\beta - 13\beta) + x^3 (40\alpha^4 - 70\alpha^2 + 60\alpha^3\beta - \\ - 60\alpha\beta + 20) + x^2 (5\alpha^5 - 40\alpha^3 - 66\alpha^2\beta + 13\alpha^4\beta + 40\alpha + \\ + 28\beta) + x (-5\alpha^4 + 20\alpha^2 - 20\alpha^3\beta + 40\alpha\beta - 16) + 12\alpha^2\beta - \alpha^4\beta - 16\beta$$

$$U_7 = x^7 (32\alpha^6 - 48\alpha^4 + 18\alpha^2 + 32\alpha^5\beta - 32\alpha^3\beta + 6\alpha\beta - 1) + \\ + x^6 (-96\alpha^5 + 120\alpha^3 - 30\alpha - 96\alpha^4\beta + 72\alpha^2\beta - 6\beta) + x^5 (-48\alpha^6 + \\ + 204\alpha^4 - 159\alpha^2 - 64\alpha^5\beta + 196\alpha^3\beta - 78\alpha\beta + 18) + x^4 (120\alpha^5 - \\ - 260\alpha^3 + 120\alpha + 168\alpha^4\beta - 236\alpha^2\beta + 38\beta) + x^3 (18\alpha^6 - 159\alpha^4 + \\ + 204\alpha^2 + 38\alpha^5\beta - 236\alpha^3\beta + 168\alpha\beta - 48) + x^2 (-30\alpha^5 + \\ + 120\alpha^3 - 96\alpha - 78\alpha^4\beta + 196\alpha^2\beta - 64\beta) + x (-\alpha^6 + 18\alpha^4 - 48\alpha^2 - \\ - 6\alpha^5\beta + 72\alpha^3\beta - 96\alpha\beta + 32) + 6\alpha^4\beta - 32\alpha^2\beta + 32\beta;$$

$$U_8 = x^8 (64\alpha^7 - 112\alpha^5 + 56\alpha^3 - 7\alpha + 64\alpha^6\beta - 80\alpha^4\beta + \\ + 24\alpha^2\beta - \beta) + x^7 (-224\alpha^6 + 336\alpha^4 - 126\alpha^2 + 7 - 224\alpha^5\beta + \\ + 224\alpha^3\beta - 42\alpha\beta) + x^6 (-112\alpha^7 + 560\alpha^5 - 553\alpha^3 + 126\alpha - \\ - 144\alpha^6\beta + 544\alpha^4\beta - 327\alpha^2\beta + 25\beta) + x^5 (336\alpha^6 - 868\alpha^4 + \\ + 543\alpha^2 + 548\alpha^5\beta - 812\alpha^3\beta + 266\alpha\beta - 56) + x^4 (56\alpha^7 - 553\alpha^5 + 868\alpha^3 - \\ - 336\alpha + 104\alpha^6\beta - 767\alpha^4\beta + 767\alpha^2\beta - 104\beta) + x^3 (-126\alpha^6 + 553\alpha^4 - \\ - 560\alpha^2 - 266\alpha^5\beta + 812\alpha^3\beta - 388\alpha\beta + 112) + x^2 (-7\alpha^7 + 126\alpha^5 - 336\alpha^3 +$$

$$+224\alpha - 25\alpha^2\beta + 327\alpha^3\beta - 544\alpha^4\beta + 144\beta) + x(7\alpha^5 - 56\alpha^4 + 112\alpha^3 + \\ + 42\alpha^2\beta - 224\alpha\beta + 224\alpha\beta - 64) + \alpha^6\beta - 24\alpha^4\beta + 80\alpha^2\beta - 64\beta,$$

где $\beta = -\sqrt{\alpha_0^2 - 1}$.

Т а б л и ц а П 1 1

$\rho, \%$	КСВ, раз	КСВ, дБ	$a_n, \text{дБ}$	$\Delta a, \text{дБ}$
1	1,02	0,17	40	0,00043
2	1,04	0,34	34	0,0017
3	1,06	0,51	30,4	0,0035
4	1,08	0,67	28	0,007
5	1,1	0,83	26	0,0104
6	1,13	1,06	24,4	0,0155
7	1,15	1,21	23	0,017
8	1,17	1,36	22	0,026
9	1,2	1,58	20,8	0,035
10	1,22	1,73	20	0,043
12	1,27	2,08	19	0,052
15	1,35	2,65	18,8	0,061
17	1,41	2,99	18,6	0,07
20	1,5	3,44	14	0,175
23	1,6	4,01	12,8	0,225
25	1,67	4,46	12,1	0,27
27	1,74	4,8	11,1	0,34
30	1,86	5,4	10,5	0,38

Формулы для расчета величин элементов полосовых прототипов СВЧ фильтров с золотаревскими характеристиками (теорию расчета см. §§ 5.5—5.6).

Нормированные величины элементов НЧ прототипа c_1, c_2, c_3 и т. д. берутся из таблиц нормированных элементов золотаревских (кауэрзовских) НЧ фильтров-прототипов [58, 81, 84, 111]:

а) $N=3$

$$L_1 = \frac{W}{c_1 + c_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_2}\right) (1 + \lambda_{+2}^2)} ;$$

$$C_1 = \frac{1}{W} \left[c_1 + c_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_2}\right) (1 + \lambda_{-2}^2) \right] ;$$

$$L_{12} = \frac{1}{C_{23}} = \frac{\omega \eta_2}{c_2(1 + \lambda_{+2}^2)} ;$$

$$C_{12} = \frac{1}{L_{23}} = \frac{c_2(1 + \lambda_{-2}^2)}{\omega \eta_2} ;$$

$$L_2 = \frac{1}{C_2} = \frac{\omega \eta_2^2}{c_2(1 - \eta_2)(2 + \lambda_{-2}^2 + \lambda_{+2}^2)} ;$$

$$L_3 = \frac{\omega}{c_3 + c_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_2}\right) (1 + \lambda_{-2}^2)} ;$$

$$C_3 = \frac{1}{\omega} \left[c_3 + c_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_2}\right) (1 + \lambda_{+2}^2) \right] ;$$

б) $N=5$.

Формулы для элементов с L_1 по C_{23} те же, что и для $N=3$.

$$L_3 = \frac{\omega}{c_3 + c_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_2}\right) (1 + \lambda_{-2}^2) + c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (1 + \lambda_{-4}^2)} ;$$

$$C_3 = \frac{1}{\omega} \left[c_3 + c_2 \left(1 - \frac{1}{\eta_2}\right) (1 + \lambda_{+2}^2) + c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (1 + \lambda_{+4}^2) \right] ;$$

$$L_{34} = \frac{1}{C_{45}} = \frac{\omega \eta_4}{c_4(1 + \lambda_{+4}^2)} ;$$

$$C_{34} = \frac{1}{L_{34}} = \frac{c_4(1 + \lambda_{-4}^2)}{\omega \eta_4} ;$$

$$L_4 = \frac{1}{c_4} = \frac{\omega \eta_4^2}{c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (2 + \lambda_{+4}^2 + \lambda_{-4}^2)} ;$$

$$L_5 = \frac{\omega}{c_5 + c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (1 + \lambda_{-4}^2)} ;$$

$$C_5 = \frac{1}{\omega} \left[c_5 + c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (1 + \lambda_{+4}^2) \right] ;$$

в) $N=7$.

Формулы для элементов с L_1 по C_{45} те же, что и для $N=5$.

$$L_5 = \frac{\omega}{c_5 + c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (1 + \lambda_{-4}^2) + c_6 \left(1 - \frac{1}{\eta_6}\right) (1 + \lambda_{+6}^2)} ;$$

$$C_5 = \frac{c_5 + c_4 \left(1 - \frac{1}{\eta_4}\right) (1 + \lambda_{+4}^2) + c_6 \left(1 - \frac{1}{\eta_6}\right) (1 + \lambda_{-6}^2)}{\omega} ;$$

$$L_{66} = \frac{1}{C_{67}} = \frac{\omega \eta_6}{c_6 (1 + \lambda_{+6}^2)} ;$$

$$c_{56} = \frac{1}{L_{67}} = \frac{c_6 (1 + \lambda_{-6}^2)}{\omega \eta_6} ;$$

$$L_6 = \frac{1}{C_6} = \frac{\omega \eta_6^2}{c_6 (1 - \eta_6) (2 + \lambda_{-6}^2 + \lambda_{+6}^2)} ;$$

$$L_7 = \frac{\omega}{c_7 + c_6 \left(1 - \frac{1}{\eta_6}\right) (1 + \lambda_{-6}^2)} ;$$

$$C_7 = \frac{1}{\omega} \left[c_7 + c_6 \left(1 - \frac{1}{\eta_6}\right) (1 + \lambda_{+6}^2) \right] .$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ФИЛЬТРОВ

Пример 1. *Гребенчатый фильтр с круглыми стержнями*
 Требуется рассчитать фильтр со следующими основными данными:
 — средняя арифметическая частота полосы пропускания $f_0 = 800$ МГц;

- полоса пропускания $\Delta f = 100$ МГц;
- затухание в полосе пропускания не более 2 дБ;
- затухание на частотах 670—720 МГц не менее 25 дБ;
- нагрузочные сопротивления $R_{H1} = R_{H2} = 75$ Ом.

Прежде всего, определим граничные частоты полосы пропускания f_1 и f_{-1} , задавшись полосой пропускания на 10% более требуемой:

$$f_1 = f_0 + \frac{1,1 \Delta f}{2} = 800 + \frac{1,1 \cdot 100}{2} = 855 \text{ МГц};$$

$$f_{-1} = f_0 - \frac{1,1 \Delta f}{2} = 800 - \frac{1,1 \cdot 100}{2} = 745 \text{ МГц}.$$

Поскольку отсутствуют специальные требования к границам верхней полосы задерживания, выбираем опорную частоту, при которой используемый отрезок резонансной линии будет обладать электрической длиной, равной четверти длины волны, произвольно $f^* = 1500$ МГц.

С помощью тангенсного преобразования частоты (2.64) определяем граничные частоты полосы пропускания ω_{-1} и ω_1 , полосы задерживания ω_{-5} , а затем и среднюю частоту полосы пропускания ω_0 из выражения (5.26):

$$\omega_1 = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_1}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{855}{1500} = 1,25;$$

$$\omega_{-1} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-1}}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{745}{1500} = 0,989;$$

$$\omega_{-s} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-s}}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{720}{1500} = 0,9316;$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{-1} \omega_1} = \sqrt{1,25 \cdot 0,989} = 1,11187.$$

Из выражения (5.25) определяем относительную ширину полосы пропускания:

$$W = \frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_0} = \frac{1,25 - 0,989}{1,11187} = 0,235.$$

Используя реактансное преобразование характеристики полосового фильтра в характеристику НЧ прототипа (2.53), находим нормированную частоту прототипа, на которой затухание должно составлять 25 дБ:

$$\Omega_{-s} = \frac{1}{W} \left| \left(\frac{\omega_{-s}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{-s}} \right) \right| = \frac{1}{0,235} \left(\frac{0,9316}{1,11187} - \frac{1,11187}{0,9316} \right) = 1,51335,$$

$$\frac{1}{\Omega_{-s}} = 0,66.$$

Принимая $\Delta a = 0,087$ дБ по графику рис. 2.3в [80], определяем порядок НЧ прототипа, обеспечивающий заданное затухание $a_s = 25$ дБ, $n = 7$. Из табл. П.13е [80] находим значения нормированных элементов прототипа: $\alpha_1 = 1,148$; $\alpha_5 = 2,067$; $\alpha_2 = 1,428$; $\alpha_6 = 1,428$; $\alpha_3 = 2,067$; $\alpha_7 = 1,148$; $r_1 = 1$; $\alpha_4 = 1,584$. Полагая проводимость $Y_k^s = \frac{1}{74} = 0,0135$ См и учитывая, что $G_A = \frac{1}{75} = 0,0135$ См, находим из выражения (5.18) значения сосредоточенных емкостей:

$$C_k^s = \frac{Y_k^s}{\omega_0 \cdot 4f^* \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega_0} = \frac{0,0135 \cdot 10^{12}}{1,11187 \cdot 4 \cdot 1500 \cdot 10^6 \cdot 0,84} = 2,4 \text{ пФ},$$

а из выражения (5.22) определяем параметр крутизны:

$$\frac{b_k}{G_A} = \frac{1}{2} \frac{Y_k^s}{G_A} \left[\frac{1}{(1 + \omega_0^2) \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega_0} + \frac{1}{\omega_0} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{0,0135}{0,0133} \left[\frac{1}{(1 + 1,11187^2) \cdot 0,84} + \frac{1}{1,11187} \right] = 0,7266.$$

Из выражения (5.23) вычисляем

$$\frac{G_{T1}}{G_A} = \frac{G_{Tn}}{G_A} = \frac{W \frac{b_k}{G_A}}{r_1 \alpha_1} = \frac{0,235 \cdot 0,7266}{1,148} = 0,148.$$

По ф-ле (5.23): $J_{k,k+1} / G_A = (W b_k / G_A) \sqrt{\frac{1}{\alpha_{k,k+1}}}$, $k = 1, 2, \dots, n$, находим параметры инверторов.

Так как структура фильтра симметрична, то инверторы попарно одинаковы:

$$\begin{aligned}\frac{J_{12}}{G_A} &= \frac{J_{78}}{G_A} = 0,235 \cdot 0,7266 \sqrt{\frac{1}{1,148 \cdot 1,428}} = 0,14; \\ \frac{J_{23}}{G_A} &= \frac{J_{56}}{G_A} = 0,235 \cdot 0,7266 \sqrt{\frac{1}{1,428 \cdot 2,067}} = 0,1; \\ \frac{J_{34}}{G_A} &= \frac{J_{45}}{G_A} = 0,235 \cdot 0,7266 \sqrt{\frac{1}{2,067 \cdot 1,584}} = 0,094.\end{aligned}$$

Принимая во внимание, что $\varepsilon_r = 1$, определяем нормированные погонные емкости между линией и землей для нулевой (последней) и первой (предпоследней) линии из соотношений (5.27):

$$\begin{aligned}\frac{C_0}{\varepsilon} &= \frac{C_8}{\varepsilon} = 376,7 \times G_A \left(1 - \sqrt{\frac{G_{T1}}{G_A}} \right) = 3,14; \\ \frac{C_1}{\varepsilon} &= \frac{C_7}{\varepsilon} = 376,7 \times G_A \left(\frac{Y_1^s}{G_A} - 1 + \frac{G_{T1}}{G_A} - \frac{J_{12} \omega_0}{G_A} \right) + \frac{C_0}{\varepsilon} = 3,15.\end{aligned}$$

Для остальных линий нормированные емкости, определяемые из соотношения (5.27),

$$\frac{C_k}{\varepsilon} = \frac{C_{n-k}}{\varepsilon} = 376,7 \times G_A \left[\frac{Y_k^s}{G_A} - \omega_0 \left(\frac{J_{k-1,k}}{G_A} + \frac{J_{k,k+1}}{G_A} \right) \right],$$

где $k = 2, 3, \dots, n-1$,

равны

$$\begin{aligned}C_2/\varepsilon &= C_6/\varepsilon = 3,78; \quad C_3/\varepsilon = C_5/\varepsilon = 3,98; \\ C_4/\varepsilon &= 4,02.\end{aligned}$$

Нормированные взаимные погонные емкости между нулевым и первым (последним и предпоследним) стержнями, определяемые из выражений (5.28), будут равны величине: $C_{01}/\varepsilon = C_{78}/\varepsilon = 376,7 \times G_A - (C_0/\varepsilon) = 1,92$.

Для остальных пар соседних стержней нормированные взаимные емкости, определяемые из соотношения (5.28),

$$\frac{C_{k,k+1}}{\varepsilon} = \frac{C_{(n-k)(n-k+1)}}{\varepsilon} = 376,7 G_A \frac{J_{k,k+1}}{G_A} \omega_0,$$

где $k = 1, 2, \dots, n-1$, оказываются равными.

$$C_{12}/\varepsilon = C_{67}/\varepsilon = 0,72; \quad C_{23}/\varepsilon = C_{56}/\varepsilon = 0,55; \quad C_{34}/\varepsilon = C_{45}/\varepsilon = 0,52.$$

Далее определяем геометрические размеры стержней и расстояния между ними. Для этого используются кривые рис. 4.21. Разбиваем весь фильтр на секции, как описано в § 4.4. Для каждой секции с помощью рис. 4.21 необходимо найти такое соотношение d/b , чтобы вертикальные координаты пересечения этой линии с кривыми $C_{k-1,k}/\varepsilon$ и $C_{k,k+1}/\varepsilon$ при сложении давали требуемое значение C_k . При этом горизонтальные координаты двух пересечений дадут нормированные половины расстояний до соседних резонаторов.

Например, для четвертого стержня $C_{34}/\varepsilon = C_{45}/\varepsilon = 0,52$; $C_4/\varepsilon = 4,02$. Если выбрать соотношение d/b для четвертого стержня равным 0,35, то координаты пересечений кривой $d/b = 0,38$ с кривыми $C_{34}/\varepsilon = C_{45}/\varepsilon = 0,52$ будут 0,25 и 2,01. При этом сумма ординат $2,01 + 2,01 = 4,02 = C_4/\varepsilon$, что указывает на правильность выбора отношения d/b . Абсциссы точек пересечения (0,25) представляют собой нормированные половины расстояний между четвертым стержнем и соседними справа и слева (третьим и пятым).

Для первого стержня при выборе $d_1/b = 0,34$ координаты точек пересечения кривой с указанным значением d/b с линиями $C_{01}/\varepsilon = 1,92$ и $C_{12}/\varepsilon = 0,72$ будут 0,055 и 1,35; 0,205 и 1,8. Сумма ординат $1,35 + 1,8 = 3,15 = C_1/\varepsilon$. Определение нормированных диаметров стержней и расстояний между всеми остальными стержнями, кроме крайних, производится таким же способом. Для крайнего стержня, с одной стороны, будет находиться соседний резонатор, а с другой стороны — емкость связи равна нулю.

Хотя нулевая емкость будет иметь место при бесконечно большом расстоянии, однако, поскольку кривые для d/b в правой части графика идут горизонтально, значение $(1/2)s/b = 0,8$ вполне приемлемо. Правая вертикальная граница графика рис. 4.21 принимается при этом за линию, соответствующую нулевой емкости связи. Диаметр и расстояние до второго (от края) резонатора определяются как описано выше.

Полученные значения половинных расстояний между стержнями и диаметров стержней сведены в табл. П2.1. Принимая во внима-

Т а б л и ц а П 2.1

$\frac{1}{2} \frac{s_{k, k+1}}{b}$	0,065	0,055	0,205	0,205	0,25	0,25	0,26	0,26
$C_{k, k+1}$	C_{01} C_{78}	C_{01} C_{78}	C_{12} C_{67}	C_{12} C_{67}	C_{23} C_{56}	C_{23} C_{56}	C_{34} C_{45}	C_{34} C_{45}
$\frac{d_k}{b}$	$\frac{d_0}{b} = \frac{d_8}{b} = 0,28$; $\frac{d_1}{b} = \frac{d_2}{b} = \frac{d_3}{b} = \frac{d_5}{b} = \frac{d_6}{b} = \frac{d_7}{b} = 0,34$; $\frac{d_4}{b} = 0,35$							

ние симметричность структуры, определяем нормированные расстояния между стержнями сложением полученных половинных расстояний:

$$s_{01}/b = s_{78}/b = 0,065 + 0,055 = 0,12; \quad s_{12}/b = s_{67}/b = 0,205 + 0,205 = 0,41; \quad s_{23}/b = s_{56}/b = 0,25 + 0,25 = 0,5; \quad s_{34}/b = 0,26 + 0,26 = 0,52.$$

Нормированные расстояния между центрами стержней можно получить из выражений:

$$\frac{s'_{k, k+1}}{b} = \frac{s_{k, k+1}}{b} + \frac{1}{2} \frac{d_k}{2} + \frac{1}{2} \frac{d_{k+1}}{2};$$

$$\frac{s'_{01}}{b} = \frac{s'_{78}}{b} = 0,45; \quad \frac{s'_{12}}{b} = \frac{s'_{67}}{b} = 0,75;$$

$$\frac{s'_{23}}{b} = \frac{s'_{56}}{b} = 0,84; \quad \frac{s'_{34}}{b} = \frac{s'_{45}}{b} = 0,865.$$

Примем $b=16$ мм. Полученные при этом диаметры стержней и расстояния между их центрами приведены в табл. П2.2.

Т а б л и ц а П 2.2

k —номер стержня	8 0	7 1	6 2	5 3	4
d_k , мм	4,48	5,44	5,44	5,44	5,6
$s_k, k+1$, мм	7,2	1,2	13,4	13,4	13,8

На рис. П2.1 показана частотная характеристика рабочего затухания фильтра.

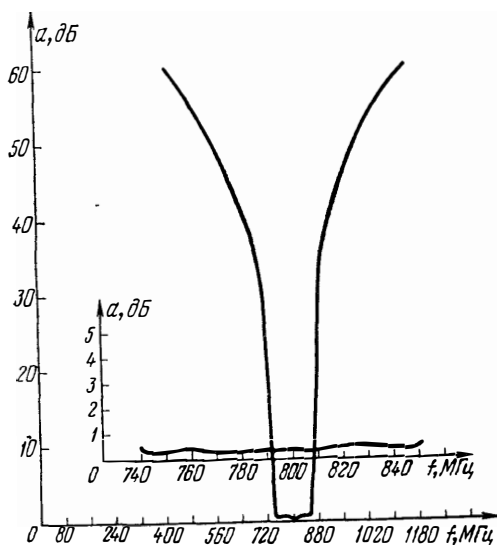


Рис. П2.1. Частотная характеристика затухания гребенчатого фильтра

Пример 2. Печатный гребенчатый фильтр с кондуктивной связью. Требуется рассчитать фильтр в печатном исполнении со следующими основными данными:

- — средняя частота полосы пропускания $f_0=70$ МГц;
- полоса пропускания $\Delta f=10 \pm 1$ МГц;

- неравномерность в полосе пропускания не более 0,5 дБ;
- затухание в полосе пропускания 70 ± 2 МГц не более 1,5 дБ;
- затухание при расстройке на ± 40 МГц от средней частоты не менее 30 дБ;
- нагрузочные сопротивления $R_{н1} = R_{н2} = 75$ Ом;
- в качестве диэлектрика используется материал СТ-16 ($\epsilon_r = 16$).

Определяем граничные частоты полосы пропускания f_1 и f_{-1} , задавшись полосой пропускания $\Delta f = 10,5$ МГц, и граничные частоты полосы задерживания:

$$f_1 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 70 + \frac{10,5}{2} = 75,25 \text{ МГц};$$

$$f_{-1} = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 64,55 \text{ МГц};$$

$$f_s = 75 + 40 = 115 \text{ МГц}; \quad f_{-s} = 75 - 40 = 35 \text{ МГц}.$$

Выбираем опорную частоту $f^* = 140$ МГц. С помощью тангенсного преобразования частоты (2.64) определяем граничные частоты полосы пропускания ω_{-1} и ω_1 , полосы задерживания ω_s и ω_{-s} , а затем среднюю частоту полосы пропускания из выражения (5.26):

$$\omega_p = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_p}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{3,14 \cdot 75,25}{2 \cdot 140} = 1,13;$$

$$\omega_{-p} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-p}}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{3,14 \cdot 64,75}{2 \cdot 140} = 0,89;$$

$$\omega_s = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_s}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{3,14 \cdot 115}{2 \cdot 140} = 3,47;$$

$$\omega_{-s} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-s}}{f^*} = \operatorname{tg} \frac{3,14 \cdot 35}{2 \cdot 140} = 0,41;$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{-p}\omega_p} = \sqrt{1,13 \cdot 0,89} = 1.$$

Из выражения (5.25) определяем относительную ширину полосы пропускания: $W = \frac{\omega_p - \omega_{-p}}{\omega_0} = \frac{1,13 - 0,89}{1} = 0,24$.

Используя реактансное преобразование характеристики полосового фильтра в характеристику НЧ прототипа (2.53а), находим нормированные частоты НЧ прототипа, на которых затухание должно составлять 30 дБ:

$$\Omega_{-s} = \frac{1}{W} \left| \left(\frac{\omega_{-s}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{-s}} \right) \right| = \frac{1}{0,24} \left| \left(\frac{0,41}{1} - \frac{1}{0,41} \right) \right| = 8,45;$$

$$\frac{1}{\Omega_{-s}} = 0,11;$$

$$\Omega_s = \frac{1}{W} \left(\frac{\omega_s}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_s} \right) = \frac{1}{0,24} \left(\frac{3,47}{1} - \frac{1}{3,47} \right) = 13,26, \quad \frac{1}{\Omega_s} = 0,075.$$

Принимая $\Delta\alpha=0,087$ дБ, по графику рис. 2.3в [80] определяем порядок НЧ прототипа, обеспечивающий затухание $\alpha_s > 30$ дБ при $\frac{1}{\Omega_s} = 0,11$, $n=3$.

Из табл. П.13б [80] находим значения нормированных элементов НЧ прототипа: $\alpha_1=0,9976$; $\alpha_2=1,142$; $\alpha_3=0,998$; $r_1=1$. Принимая проводимость $Y^s_k = \frac{1}{37,50} = 0,026667$ См и учитывая, что $G_A = \frac{1}{75 \text{ Ом}} = 0,013333$ См, находим из выражения (5.18) значение сосредоточенных емкостей:

$$C_k^s = \frac{Y_k^s}{\omega_0 \cdot 4f^* \arctg \omega_0} = \frac{0,026667}{1 \cdot 4 \cdot 140 \cdot 10^6 \cdot 0,785} = 61 \text{ пФ.}$$

Из выражения (5.22) определяем параметр крутизны:

$$\begin{aligned} \frac{b_k}{G_A} &= \frac{1}{2} \frac{Y_k^s}{G_A} \left[\frac{1}{(1 + \omega_0^2) \arctg \omega_0} + \frac{1}{\omega_0} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{0,026667}{0,013333} \left[\frac{1}{(1 + 1) 0,785} + 1 \right] = 1,6369. \end{aligned}$$

Из выражений (5.23) вычисляем: G_{T1}/G_A , G_{Tn}/G_A и параметры инверторов:

$$\frac{G_{T1}}{G_A} = \frac{G_{Tn}}{G_A} = \frac{W \frac{b_k}{G_A}}{r_1 \alpha_1} = \frac{0,25 \cdot 1,6369}{0,9976} = 0,3938.$$

Находим параметры инверторов:

$$\frac{J_{12}}{G_A} = \frac{J_{23}}{G_A} = \frac{W b_k}{G_A} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2}} = 0,24 \cdot 1,6369 \sqrt{\frac{1}{0,9976 \cdot 1,142}} = 0,368.$$

Из соотношений (5.27) определяем нормированные погонные собственные емкости:

$$\begin{aligned} \frac{C_0}{\varepsilon} &= \frac{C_4}{\varepsilon} = \frac{376,7 G_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left(1 - \sqrt{\frac{G_{T1}}{G_A}} \right) = \\ &= \frac{376,7 \cdot 0,013333}{4} (1 - \sqrt{0,3938}) = 0,467; \\ \frac{C_1}{\varepsilon} &= \frac{C_3}{\varepsilon} = \frac{376,7 G_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{Y_1^s}{G_A} - 1 + \frac{G_{T1}}{G_A} - \frac{J_{12} \omega_0}{G_A} \right) + \frac{C_0}{\varepsilon} = \\ &= \frac{376,7 \cdot 0,013333}{4} (2 - 1 + 0,3938 - 0,368) + 0,467 = 1,752; \\ \frac{C_2}{\varepsilon} &= \frac{376,7 G_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left[\frac{Y_2^s}{G_A} - \omega_0 \left(\frac{J_{12}}{G_A} + \frac{J_{23}}{G_A} \right) \right] = \\ &= \frac{376,7 \cdot 0,013333}{4} [2 - 0,368 - 0,368] = 1,583. \end{aligned}$$

Из выражений (5.28) определяем нормированные взаимные погонные емкости:

$$\frac{C_{01}}{\varepsilon} \frac{C_{24}}{\varepsilon} = \frac{376,7G_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} - \frac{C_0}{\varepsilon} = \frac{376,7 \cdot 0,01333}{4} - 0,467 = 0,789;$$

$$\frac{C_{12}}{\varepsilon} = \frac{C_{23}}{\varepsilon} = \frac{376,7G_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{J_{12}}{G_A} \omega_0 = \frac{376,7 \cdot 0,01333}{4} \cdot 0,368 = 0,462.$$

В соответствии с выражением (5.29) производим пересчет собственных погонных емкостей крайних стержней (первого и третьего) для случая кондуктивной связи:

$$\frac{\tilde{C}_1}{\varepsilon} = \frac{\tilde{C}_3}{\varepsilon} = \frac{C_1}{\varepsilon} + \frac{C_{01}}{\varepsilon} - \frac{(C_{01}/\varepsilon)^2}{\left(\frac{C_1}{\varepsilon}\right)^2 + \left(\frac{C_{01}}{\varepsilon}\right)^2} = 1,752 + 0,789 -$$

$$- \frac{(0,789)^2}{(1,752)^2 + (0,789)^2} = 2,372.$$

Далее определяем геометрические размеры фильтра, пользуясь рис. 4.16 (жирные кривые). Для $\frac{t}{b} = 0$ определяем

$$\frac{s_{12}}{b} = \frac{s_{23}}{b} = 0,33; \quad \frac{(C'_{fe})_{12}}{\varepsilon} = \frac{(C'_{fe})_{23}}{\varepsilon} = 0,25.$$

Из графика рис. 4.12 находим краевую емкость $C'_f/\varepsilon = 0,44$. Из выражений (4.34) и (4.35) определяем нормированную ширину стержней:

$$\frac{\tilde{w}_1}{b} = \frac{\tilde{w}_3}{b} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{t}{b} \right] \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\tilde{C}_1}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{12}}{\varepsilon} - \frac{C'_f}{\varepsilon} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \cdot 2,372 - 0,25 - 0,44 \right] = 0,248;$$

$$\frac{w_2}{b} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{t}{b} \right] \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{12}}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{23}}{\varepsilon} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot 1,583 - 0,25 - 0,25 \right) = 0,146.$$

По графику рис. 4.16 определяем уточненные s'/b и C''_{fe}/ε , принимая $\frac{w}{b} = 0,2$: $s'_{12}/b = s'_{23}/b = 0,285$; $(C''_{fe})_{12}/\varepsilon = (C''_{fe})_{23}/\varepsilon = 0,223$.

Определяем уточненную нормированную ширину стержней из (4.34) и (4.35):

$$\frac{\tilde{w}'_1}{b} = \frac{\tilde{w}'_3}{b} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{t}{b} \right] \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\tilde{C}_1}{\varepsilon} - \frac{(C''_{fe})_{12}}{\varepsilon} - \frac{C'_f}{\varepsilon} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot 2,372 - 0,223 - 0,44 \right) = 0,261;$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega_2}{b} &= \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \frac{t}{b} \right] \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{12}}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{23}}{\varepsilon} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot 1,583 - 0,223 - 0,223 \right) = 0,173. \end{aligned}$$

Принимая $b = 10$ мм, получаем:

$$\tilde{\omega}'_1 = \tilde{\omega}'_3 = 2,61 \text{ мм}; \quad \omega'_2 = 1,73 \text{ мм}; \quad s'_{12} = s'_{21} = 2,85 \text{ мм}.$$

Длина каждого стержня определяется из соотношения:

$$l = \frac{3 \cdot 10^{11}}{4 \cdot f^* \sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^{11}}{4 \cdot 140 \cdot 10^6 \cdot 4} = 133,9 \text{ мм}.$$

Наконец, определяем точки включения кондуктивных связей из (5.30):

$$\begin{aligned} l_{01} = l_{34} &= \frac{v}{2\pi f_0 \sqrt{\varepsilon_r}} \arcsin \left[\frac{(C_{01}/\varepsilon) \sqrt{\varepsilon_r} \sin \arcsin \operatorname{tg} \omega_0}{376,7 G_A} \right] = \\ &= \frac{3 \cdot 10^8}{6,28 \cdot 70 \cdot 10^6 \cdot 4} \arcsin \frac{0,789 \cdot 4 \cdot 0,70685}{376,7 \cdot 0,01333} = \\ &= 170,6 \arcsin 0,444 = 170,6 \cdot 0,46 = 78,5 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Конструктивно фильтр состоит из двух печатных плат из материала СТ-16 толщиной 5 мм.

Внешние и боковые поверхности обеих плат металлизированы. На внутреннюю поверхность одной из плат наносится рисунок структуры фильтра (рис. П2.2а). В качестве сосредоточенных емкостей применены конденсаторы КТ.

Частотная характеристика рабочего затухания фильтра показана на рис. П2.2б.

Пример 3. Печатный встречно-стержневой фильтр.

Требуется рассчитать встречно-стержневой фильтр в печатном исполнении по следующим данным:

- средняя арифметическая частота полосы пропускания 300 МГц;
- полоса пропускания $\Delta f = 25$ МГц;
- неравномерность в полосе пропускания $\Delta a \leq 3$ дБ;
- затухание при расстройке ± 50 МГц не менее 80 дБ;
- в качестве диэлектрика используется САМ ($\varepsilon_r = 2,6$; $\delta = 6 \cdot 10^{-4}$);

Выбирается опорная частота, равная среднеарифметической частоте полосы пропускания фильтра, $f^* = 300$ МГц. Расчетную полосу пропускания выбираем на 20% больше заданной. Тогда $f_1 = 315$ МГц, $f_{-1} = 285$ МГц, а относительная ширина полосы пропускания состав-

лит (5.35): $W = \frac{f_p - f_{-p}}{f^*} = 0,1$. Используя тангенсное преобразование,

превращающее полосовой фильтр в ФНЧ, а затем реактансное преобразование, превращающее ФВЧ в НЧ прототип, определяем нормированную частоту НЧ прототипа, на которой затухание должно составлять 80 дБ (5.38):

$$\Omega_s = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-p}}{f^*}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{-3}}{f^*}} = 3,43; \quad \frac{1}{\Omega_s} = 0,29.$$

Задавшись $\Delta a \approx 0,1$ дБ, по графикам [80] для $\Delta a = 0,01$ определяем порядок НЧ прототипа $n=8$.

Из табл. П1.3ж [80] находим элементы НЧ прототипа: $r_1=1,328$; $\alpha_1=0,8715$; $\alpha_2=1,912$; $\alpha_3=1,575$; $\alpha_4=2,142$; $\alpha_5=1,613$; $\alpha_6=2,090$;

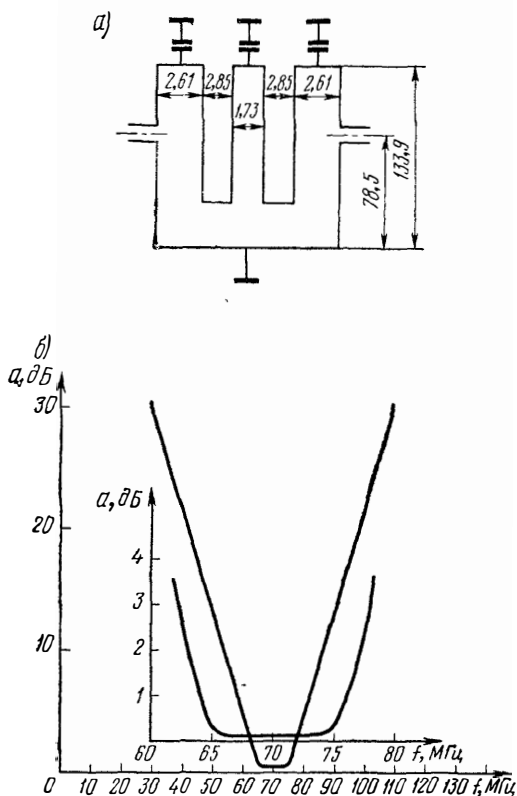


Рис. П2.2 Эскиз печатного гребенчатого фильтра с проводящими связями (а); частотная характеристика рабочего затухания (б)

$\alpha_7 = 1,440$; $\alpha_8 = 1,157$.

Из выражения (5.34) определим частоту среза фильтра верхних частот:

$$\omega_{-1} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{W}{2} \right) = \operatorname{tg} \frac{3,14}{2} \left(1 - \frac{0,1}{2} \right) = 11,43.$$

Из выражений (5.42) определяются параметры инверторов. Так как структура симметричная, инверторы попарно одинаковы:

$$\begin{aligned} \frac{J_{01}}{G_A} &= \frac{J_{89}}{G_A} = \frac{1}{\sqrt{r_1 \alpha_1}} = \frac{1}{\sqrt{1,328 \cdot 0,8715}} = 0,9295; \\ \frac{J_{12}}{G_A} &= \frac{J_{78}}{G_A} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = \frac{1}{\sqrt{0,8715 \cdot 1,912}} = 0,7747; \\ \frac{J_{23}}{G_A} &= \frac{J_{67}}{G_A} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 \alpha_3}} = \frac{1}{\sqrt{1,912 \cdot 1,575}} = 0,5763; \\ \frac{J_{34}}{G_A} &= \frac{J_{56}}{G_A} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_3 \alpha_4}} = \frac{1}{\sqrt{1,575 \cdot 2,142}} = 0,544; \\ \frac{J_{45}}{G_A} &= \frac{1}{\sqrt{\alpha_4 \alpha_5}} = \frac{1}{\sqrt{2,142 \cdot 1,613}} = 0,5379. \end{aligned}$$

Далее определяем попарно одинаковые вспомогательные параметры по ф-ле (5.49):

$$\begin{aligned} N_{k,k+1} &= \sqrt{\left(\frac{J_{k,k+1}}{G_A}\right)^2 + \frac{\omega_{-1}}{4}}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1; \\ N_{12} = N_{78} &= 5,7673; \quad N_{23} = N_{67} = 5,744; \quad N_{34} = N_{56} = 5,7409; \\ N_{45} &= 5,7403. \end{aligned}$$

Определяем масштабный множитель характеристической проводимости из условия (5.63):

$$h \approx \frac{5,4}{\frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r} G_A} \left[\frac{J_{34}}{G_A} + \frac{J_{45}}{G_A} + N_{34} + N_{45} \right]}.$$

Принимая во внимание, что $\varepsilon_r = 2,6$, $h \approx 0,1516$, определяем вспомогательный параметр из выражения (5.62):

$$M_1 = M_8 = G_A \left[\frac{J_{01}}{G_A} \sqrt{h} + 1 \right] = 0,0182.$$

Далее по ф-лам (5.60) находим нормированные собственные погонные емкости (попарно одинаковые):

$$\begin{aligned} \frac{C_0}{\varepsilon} = \frac{C_9}{\varepsilon} &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} [2G_A - M_1] = 1,8091; \\ \frac{C_1}{\varepsilon} = \frac{C_8}{\varepsilon} &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left\{ G_A - M_1 + hG_A \left[\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{2} + \frac{(J_{01})^2}{G_A} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + N_{12} - \frac{J_{12}}{G_A} \right] \right\} = 3,9479; \\ \frac{C_2}{\varepsilon} = \frac{C_7}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} hG_A \left(N_{12} + N_{23} - \frac{J_{12}}{G_A} - \frac{J_{23}}{G_A} \right) = 4,3662; \\ \frac{C_3}{\varepsilon} = \frac{C_6}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} hG_A \left(N_{23} + N_{34} - \frac{J_{23}}{G_A} - \frac{J_{34}}{G_A} \right) = 4,4538; \\ \frac{C_4}{\varepsilon} = \frac{C_5}{\varepsilon} &= \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} hG_A \left(N_{34} + N_{45} - \frac{J_{34}}{G_A} - \frac{J_{45}}{G_A} \right) = 4,4687. \end{aligned}$$

Из выражений (5.61) определяем нормированные взаимные погонные емкости между смежными стержнями (попарно одинаковые):

$$\frac{C_{01}}{\varepsilon} = \frac{C_{89}}{\varepsilon} = \frac{376,7}{\sqrt{\varepsilon_r}} [M_1 - G_A] = 1,0259;$$

$$\frac{C_{12}}{\varepsilon} = \frac{C_{78}}{\varepsilon} = \frac{376,7hG_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left(\frac{J_{12}}{G_A} \right) = 0,3329;$$

$$\frac{C_{23}}{\varepsilon} = \frac{C_{67}}{\varepsilon} = \frac{376,7hG_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{J_{23}}{G_A} = 0,2476;$$

$$\frac{C_{34}}{\varepsilon} = \frac{C_{56}}{\varepsilon} = \frac{376,7hG_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{J_{34}}{G_A} = 0,234;$$

$$\frac{C_{45}}{\varepsilon} = \frac{376,7hG_A}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{J_{45}}{G_A} = 0,2311.$$

Далее определяем геометрические размеры фильтра, пользуясь сначала жирными кривыми на рис. 4.16. Выбирая $t/b=0$, определяем:

$$\frac{s_{01}}{b} = \frac{s_{89}}{b} = 0,13; \quad \frac{(C'_{fe})_{01}}{\varepsilon} = \frac{(C'_{fe})_{89}}{\varepsilon} = 0,12;$$

$$\frac{s_{12}}{b} = \frac{s_{78}}{b} = 0,44; \quad \frac{(C'_{fe})_{12}}{\varepsilon} = \frac{(C'_{fe})_{78}}{\varepsilon} = 0,3;$$

$$\frac{s_{23}}{b} = \frac{s_{67}}{b} = 0,53; \quad \frac{(C'_{fe})_{23}}{\varepsilon} = \frac{(C'_{fe})_{67}}{\varepsilon} = 0,33;$$

$$\frac{s_{34}}{b} = \frac{s_{56}}{b} = 0,545; \quad \frac{(C'_{fe})_{34}}{\varepsilon} = \frac{(C'_{fe})_{56}}{\varepsilon} = 0,34;$$

$$\frac{s_{45}}{b} = 0,55; \quad \frac{(C'_{fe})_{45}}{\varepsilon} = 0,34.$$

Из графика рис. 4.12 находим краевую емкость $C'_f/\varepsilon=0,44$. Определяем из выражения (4.35) нормированную ширину первого и последнего стержней:

$$\frac{w_0}{b} = \frac{w_9}{b} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{b} \right) \left[\frac{1}{2} \frac{C_0}{\varepsilon} - \frac{C'_f}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{01}}{\varepsilon} \right] = 0,1722.$$

Нормированная ширина остальных стержней, определяемая из выражения (4.34):

$$\frac{w_k}{b} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{b} \right) \left[\frac{1}{2} \frac{C_k}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{k-1,k}}{\varepsilon} - \frac{(C'_{fe})_{k,k+1}}{\varepsilon} \right],$$

где $k=1, \dots, n-1$ равна $\frac{w_1}{b} = \frac{w_8}{b} = 0,777$; $\frac{w_2}{b} = \frac{w_7}{b} = 0,7765$;

$\frac{\omega_3}{b} = \frac{\omega_6}{b} = 0,7784$; $\frac{\omega_4}{b} = \frac{\omega_5}{b} = 0,7771$. Как видно из графика рис. 4.16. размеры всех стержней, кроме первого и последнего, не нуждаются в корректировке (так как $\omega/b > 0,7$).

По графику рис. 4.16 определяем уточненные s'/b и C''_{je}/b для первого (последнего) стержня, принимая во внимание, что $\frac{\omega}{b} = 0,17$: $s'_{01}/b = s'_{89}/b = 0,0875$; $(C''_{je})_{01} = (C''_{je})_{89} = 0,0805$. Определяем уточненную нормированную ширину первого (последнего) стержня по ф-ле (4.35): $w'_{01}/b = w'_{89}/b = 0,192$. Принимаем $b = 4$ мм.

Полученные при этом значения ширины стержней и расстояния между стержнями сведены в табл. П2.3.

Т а б л и ц а П 2.3

k —номер стержня	0 9	1 8	2 7	3 6	4 5	5 4
ω_k , мм	0,77	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
$s_k, k+1$	0,35	1,76	2,1	2,18	2,2	

Длина каждого стержня определяется из соотношения

$$l = \frac{3 \cdot 10^{11}}{4 \cdot f^* \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 141 \text{ мм.}$$

Конструктивно фильтр состоит из двух печатных плат из материала САМ толщиной 2 мм.

Внешние и боковые поверхности обеих плат металлизированы. На внутреннюю поверхность одной из плат наносится рисунок структуры фильтра (рис. П2.3а).

Частотная характеристика рабочего затухания фильтра представлена на рис. П2.3б.

Пример 4. Узкополосный спирально-резонаторный фильтр.

Требуется рассчитать фильтр со следующими данными:

- средняя частота полосы пропускания $f_0 = 50$ МГц;
- характеристика в полосе пропускания максимально плоская (баттервортовская);
- затухание на средней частоте не более 3 дБ;
- ширина полосы пропускания по уровню 3 дБ $\Delta f = 1$ МГц;
- затухание при расстройке на ± 10 МГц от средней частоты должно быть не менее 60 дБ;
- нагрузочные сопротивления на входе и выходе фильтра $R_H = 75$ Ом.

По ф-ле (2.53) определяем нормированную частоту НЧ прототипа, на которой затухание должно составлять не менее 60 дБ: $\Omega_s = \Delta f_s / \Delta f = 20/1 = 20$; $1/\Omega_s = 0,05$.

По графику [80] определяем порядок НЧ прототипа, обеспечивающий заданное затухание: $n = 3$.

Из табл. П.18 [80] определяем значения элементов НЧ прототипа (без потерь):

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 2, \quad \alpha_3 = 1.$$

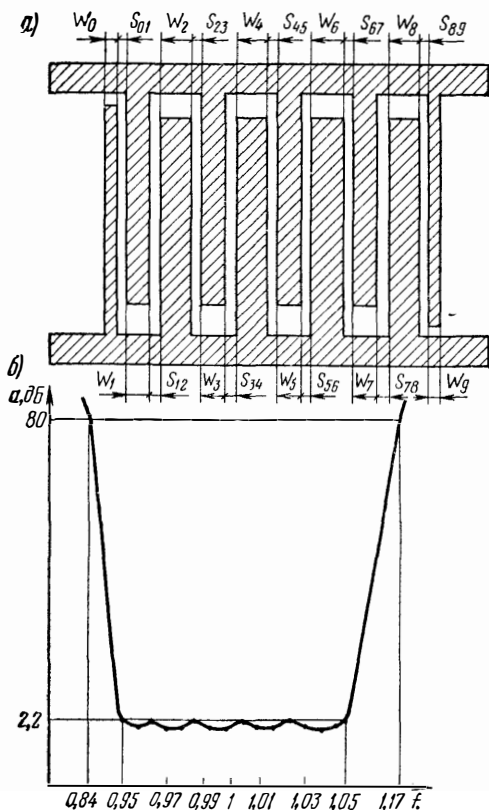


Рис. П2.3. Эскиз печатного встречно-стержневого фильтра (а); частотная характеристика рабочего затухания (б)

По ф-ле (6.66) определяем необходимую величину ненагруженной добротности:

$$Q_{xx} = \frac{4,35\omega_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\Delta\omega a_1} = 300.$$

Выбираем добротность резонаторов, равную 400. Задавшись $\epsilon_r = 2,2$ и $\Delta = 0,2$ см, по ф-лам табл. 6.1 определяем геометрические размеры резонаторов и волновое сопротивление:

$$s = \frac{0,0423Q}{\sqrt{f_0}} = 2,4 \text{ см}; \quad N = \frac{4060}{f_0 S \sqrt{1 + \frac{1,772\Delta e}{S}}} = 29;$$

$$\tau = \frac{f_0 S^2}{4060} \sqrt{1 + \frac{1,772\Delta e}{S}} = 0,08 \text{ см};$$

$$d_0 = 0,66S = 1,6 \text{ см}; \quad d_{II} = \frac{S}{2N} = 0,041 \text{ см};$$

$$H = 1,6 \times 2,4 = 3,84 \text{ см}; \quad \rho = \frac{233,6}{f_0 S \left(1 + \frac{1,772\Delta e}{S}\right)} = 1,47 \text{ кОм}.$$

Далее по ф-ле (6.70) найдем коэффициенты связи между соседними резонаторами: $\kappa_{12} = \kappa_{23} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0 \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = 0,014$. По графику рис. 6.7 определяем размер окна связи $h/s = 0,4$. Высота окна $h = 0,4 \cdot S = 0,96 \text{ см}$.

Наконец, определяем положение точки отвода при автотрансформаторной связи с нагрузкой из выражения (6.72):

$$l_{вх} = l_{вых} = \frac{N}{90^\circ} \arcsin \sqrt{\frac{R_1 \Delta\omega \pi}{r_1 \cdot \alpha_1 \omega_0 \cdot 4\rho}} = 0,5 \text{ витка}.$$

Частотная характеристика рабочего затухания фильтра представлена на рис. П2.4.

Пример 5. Спирально-резонаторные фильтры с умеренно узкой полосой пропускания.

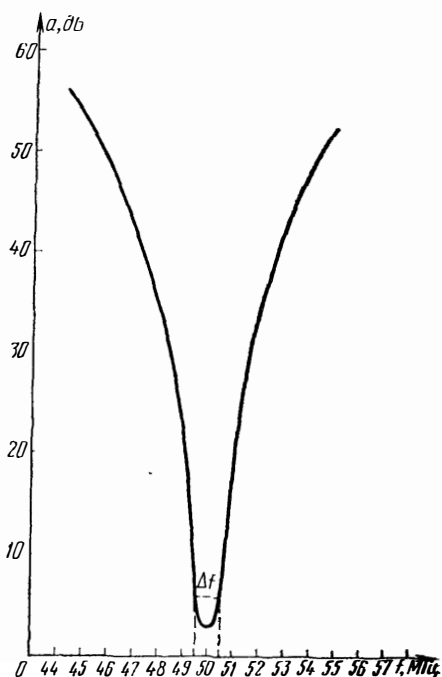
Необходимо рассчитать полосовой спирально-резонаторный фильтр, удовлетворяющий следующим требованиям:

— средняя частота полосы пропускания 96 МГц;

— полоса пропускания фильтра по уровню 3 дБ — 12 МГц;

— затухание в полосе 96 ± 2 МГц не более 1 дБ;

Рис. П2.4. Частотная характеристика рабочего затухания узкополосного спирально-резонаторного фильтра



— неравномерность в полосе 96 ± 2 МГц не более 1 дБ;
 — при расстройке от средней частоты на $+40$ МГц затухание должно быть не менее 30 дБ, при расстройке на -40 МГц — не менее 60 дБ;

— нагрузочные сопротивления $R_1 = R_2 = 75$ Ом;
 — затухание несогласованности в полосе 96 ± 2 МГц не менее 24 дБ.

1. Выбираем расчетную полосу пропускания $\Delta f = 12$ МГц. Теоретические частоты среза: $f_{-1} = 90$ МГц; $f_1 = 102$ МГц.

2. Выбираем расчетную величину неравномерности характеристики затухания в полосе пропускания 0,1 дБ.

3. Определяем нормированные частоты НЧ прототипа, соответствующие частотам задерживания $f_{\text{н}} = 136$ МГц и $f_{-\text{н}} = 56$ МГц.

$$\Omega_{\text{н}} = \frac{f_0}{\Delta f} \left(\frac{f_{\text{н}}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{\text{н}}} \right) = \frac{\sqrt{90 \cdot 102}}{10} \left(\frac{136}{\sqrt{90 \cdot 102}} - \frac{\sqrt{90 \cdot 102}}{136} \right) = 5,688;$$

$$\begin{aligned} \Omega_{-\text{н}} &= \frac{f_0}{\Delta f} \left(\frac{f_{-\text{н}}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{-\text{н}}} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{90 \cdot 102}}{10} \left(\frac{56}{\sqrt{90 \cdot 102}} - \frac{\sqrt{90 \cdot 102}}{56} \right) = -9,056. \end{aligned}$$

4. По графику из [80] для чебышевской характеристики с неравномерностью 0,087 дБ находим, что при $n=3$ затухание НЧ прототипа на частоте $\Omega_{\text{н}}$ составляет 40 дБ, а на частоте $\Omega_{-\text{н}}$ — 52 дБ.

5. По формуле из табл. 3.5 для схемы рис. 3.1в определяем поправку на частотах $f_{\text{н}}$ и $f_{-\text{н}}$:

$$\Delta \alpha_1 = 20(n-1) \lg \frac{f_0}{f_{\text{н}}} = 40 \lg \frac{95,87}{136} = -6,1 \text{ дБ};$$

$$\Delta \alpha_{-1} = 20(n-1) \lg \frac{f_0}{f_{-\text{н}}} = 40 \lg \frac{95,87}{56} = +9,4 \text{ дБ}.$$

Итак, с учетом поправок затухание фильтра третьего порядка на частотах $f_{\text{н}}$ и $f_{-\text{н}}$ составит соответственно $\alpha_1 = 33$ дБ, $\alpha_2 = 61,4$ дБ.

6. Из табл. П136 [80] определяем элементы прототипа: $\alpha_1 = \alpha_3 = 0,998$; $\alpha_2 = 1,142$; $r_1 = 1$.

7. Из выражения (6.66) определяем минимальную ненагруженную добротность резонаторов:

$$Q_{\text{нн}} = \frac{4,35 \cdot \omega \sum_1^3 \alpha_i}{(\omega_1 - \omega_{-1}) a_0} = \frac{4,35 \cdot 96 \cdot 3,416}{12 \cdot 0,5} = 250.$$

8. Выбрав в качестве материала каркаса фторопласт ($\epsilon_r = 2,2$) толщиной $\Delta = 0,2$ см, из выражения (6.78) определяем добротности крайних резонаторов $Q_1 = Q_n$:

$$\begin{aligned} Q_{1(n)} &= \frac{3,676 \cdot \Delta f 10^6}{\alpha_1 R_2 \sqrt{f_0^3}} = 41,89 \sqrt{f_0} \Delta \epsilon = \\ &= \frac{3,676 \cdot 10 \cdot 10^6}{0,998 \cdot 75 \sqrt{96^3}} = 41,89 \sqrt{96 \cdot 0,2 \cdot 2,2} = 430; \end{aligned}$$

$Q_{1(3)} > Q_{xx}$, следовательно, условие (6.79) выполняется.

9. По формулам, приведенным в табл. 6.1, определяем геометрические размеры спиральных резонаторов:

$$S = \frac{0,0423}{\sqrt{f_0}} = \frac{0,0423 \cdot 430}{\sqrt{96}} = 1,85 \text{ см};$$

$$N = \frac{4060}{f_0 S \sqrt{1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S}}} = 19 \text{ витков};$$

$$\tau = \frac{f_0 S^2}{4060} \sqrt{1 + \frac{1,772 \Delta \epsilon}{S}} = 0,1 \text{ см}; \quad d = 0,66; \quad S = 1,22 \text{ см};$$

$$d_{\Pi} = \frac{\tau}{2} = 0,05 \text{ см}; \quad H = 1,6 \cdot S = 1,6 \cdot 1,85 = 2,96 \text{ см}.$$

10. Из выражения (6.74) определяем коэффициенты связи между резонаторами:

$$\chi_{12} = \frac{\omega_0 (\omega_1 - \omega_{-1})}{\omega_1 \omega_{-1} \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = \frac{96 (102 - 90)}{102 \cdot 90 \cdot \sqrt{0,998 \cdot 1,142}} = 0,117 = \chi_{23}.$$

11. По графику рис. 6.7 определяем ориентировочную величину окна $h = 1,6$ см. Величина окна уточняется на основе измерения коэффициента связи при настройке.

12. Определяем параметры, необходимые для настройки фильтра:

— ширину полосы пропускания крайних контуров:

$$\Delta f_{1,3} = \frac{\Delta f_{\Phi}}{\alpha_1 (\alpha_3)} = \frac{12}{0,998} = 12,02 \text{ МГц};$$

— расстояние между пиками амплитудно-частотной характеристики при настройке второго резонатора, характеризующие коэффициенты связи χ_{12} и χ_{23} : $\Delta f = \chi_{12} f_0 = 0,117 \cdot 96 = 11,23 \text{ МГц}$.

На рис. П2.5 показана характеристика затухания фильтра. Затухание несогласованности фильтра в полосе $96 \pm \pm 2$ МГц составляет 26 дБ.

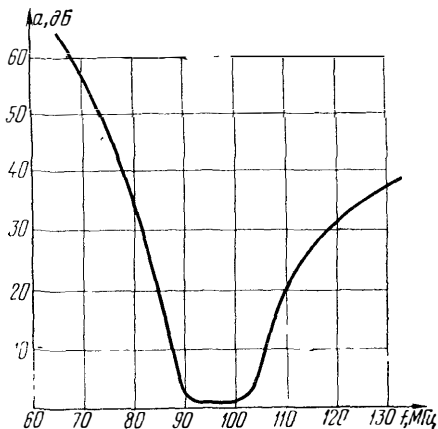


Рис. П2.5. Частотная характеристика рабочего затухания спирально-резонаторного фильтра с умеренно узкой полосой пропускания

Пример 6. Полосовой LC-фильтр метрового диапазона

Требуется рассчитать полосовой LC-фильтр, удовлетворяющий следующим требованиям:

- средняя частота полосы пропускания $f_0 = 70$ МГц;
- ширину полосы пропускания по уровню 1,5 дБ $\Delta f = (35 \pm 1)$ МГц;
- затухание в полосе 70 ± 8 МГц не более 0,5 дБ;
- затухание при расстройке на ± 35 МГц от f_0 не менее 40 дБ;
- коэффициент отражения в полосе 70 ± 8 МГц не более 5%;
- сопротивление нагрузки $R_1 = R_2 = 75$ Ом.

1. Выбираем граничные частоты полосы пропускания $f_{-1} = 53$ МГц и $f_1 = 87$ МГц.

2. Определяем среднюю частоту полосы пропускания: $f_0 = \sqrt{f_{-1} f_1} = \sqrt{53 \cdot 87} = 67,9$.

3. Находим нормированную частоту НЧ прототипа, соответствующую граничным частотам полосы задерживания: $\Omega_s = \frac{f_0}{\Delta f} \left(\frac{f_s}{f_0} - \frac{f_0}{f_s} \right) = 1,74$.

По графику и таблицам [84, 111] определяем порядок НЧ прототипа с золотаревской характеристикой, обеспечивающего заданное затухание при коэффициенте отражения в полосе (70 ± 8) МГц и элементы НЧ прототипа:

$$\begin{aligned} n &= 5 \quad (a_{\text{мин}} = 46,3 \text{ дБ}); & l_3 &= 1,415; \\ l_1 &= 0,6987; & l_4 &= 0,2574; & \Omega_4 &= 1,969; \\ l_2 &= 0,0887; & \Omega_2 &= 3,047; & C_4 &= 1,002; \\ C_2 &= 1,214 & C_5 &= 0,5632. \end{aligned}$$

4. По формулам из табл. 2.4 определяем элементы полосового фильтра и резонансные частоты контуров:

$$\lambda_{2+} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_2 \Delta f}{2f_0} \right)^2 + 1} + \frac{\Omega_2 \Delta f}{2f_0} = \sqrt{\frac{3,047 \cdot 34}{2 \cdot 67} + 1} + \frac{3,047 \cdot 34}{2 \cdot 67} = 1,84;$$

$$\lambda_{2-} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_2 \Delta f}{2f_0} \right)^2 + 1} - \frac{\Omega_2 \Delta f}{2f_0} = 0,676;$$

$$\begin{aligned} \lambda_{4+} &= \sqrt{\left(\frac{\Omega_4 \Delta f}{2f_0} \right)^2 + 1} + \frac{\Omega_4 \Delta f}{2f_0} = \sqrt{\left(\frac{1,969 \cdot 34}{2 \cdot 67,9} \right)^2 + 1} + \\ &+ \frac{1,969 \cdot 34}{2 \cdot 67,9} = 1,358; \end{aligned}$$

$$\lambda_{4-} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_4 \Delta f}{2f_0} \right)^2 + 1} - \frac{\Omega_4 \Delta f}{2f_0} = 0,872;$$

$$L_1 = \frac{l_1 R_2}{2\pi \Delta f} = \frac{0,6987 \cdot 75}{6,28 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,245 \text{ мкГ};$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 2,45 \cdot 10^{-6}} = 22,4 \text{ пФ};$$

$$L_2 = \frac{l_2 R_2 (1 + \lambda_{2-}^2)}{2\pi \Delta f} = \frac{0,0887 \cdot 75 (1 + 0,676^2)}{6,27 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,0454 \text{ мкГ;}$$

$$C_3 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_2} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,0454 \cdot 10^{-6}} = 121 \text{ пФ;}$$

$$L_3 = \frac{l_2 R_2 (1 + \lambda_{2+}^2)}{2\pi \Delta f} = \frac{0,0867 \cdot 75 (1 + 1,84^2)}{6,28 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,137 \text{ мкГ;}$$

$$C_2 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_3} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,137} = 40 \text{ пФ;}$$

$$L_4 = \frac{l_3 R_2}{2\pi \Delta f} = \frac{1,415 \cdot 75}{6,28 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,497 \text{ мкГ;}$$

$$C_4 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_4} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,497} = 11 \text{ пФ;}$$

$$L_5 = \frac{l_4 R_2 (1 + \lambda_{4-}^2)}{2\pi \Delta f} = \frac{0,2574 \cdot 75 (1 + 0,872^2)}{6,28 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,1592 \text{ мкГ;}$$

$$C_6 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_5} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,1592 \cdot 10^6} = 34,5 \text{ пФ;}$$

$$L_6 = \frac{l_4 R_2 (1 + \lambda_{4+}^2)}{2\pi \Delta f} = \frac{0,2574 \cdot 75 (1 + 1,358^2)}{6,28 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,257 \text{ мкГ;}$$

$$C_5 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_6} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,257 \cdot 10^{-6}} = 21,4 \text{ пФ;}$$

$$L_7 = \frac{l_5 R_2}{2\pi \Delta f} = \frac{0,5632 \cdot 75}{6,28 \cdot 34 \cdot 10^6} = 0,1978 \text{ мкГ;}$$

$$C_7 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_7} = \frac{1}{(6,28 \cdot 67,9 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,1978 \cdot 10^{-6}} = 27,8 \text{ пФ.}$$

На рис. П26а показана частотная характеристика рабочего затухания фильтра. Фильтр не соответствует предъявляемым требованиям в части затухания в полосе пропускания ($a \leq 1,2$ дБ в полосе $70 \pm \pm 8$ МГц) и коэффициента отражения ($\rho \leq 7\%$ в полосе 70 ± 8 МГц).

Для улучшения характеристик фильтра в полосе пропускания включаем каскадно удлинитель на 5 дБ, фильтр и транзисторный усилитель на 6 дБ. Схема фильтра с удлинителем и усилителем представлена на рис. П26б. Схема рассчитана на входное напряжение 5—250 мВ. Затухание схемы в полосе 70 ± 8 МГц составляет менее 0,2 дБ, а коэффициент отражения $\rho \leq 3,5\%$.

Пример 7. Полуволновый ступенчатый фильтр с золотаревской характеристикой

Требуется рассчитать фильтр со следующими данными:

- средняя частота полосы пропускания $f_0 = 3$ ГГц;
- полоса пропускания $\Delta f = 9$ МГц;

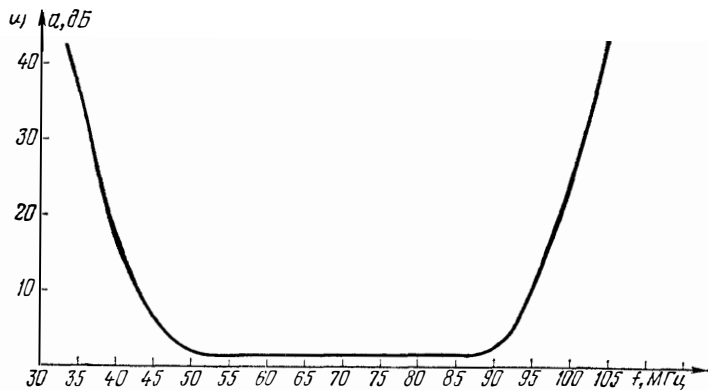


Рис. П2.6а. Частотная характеристика рабочего затухания LC-фильтра ПЧ

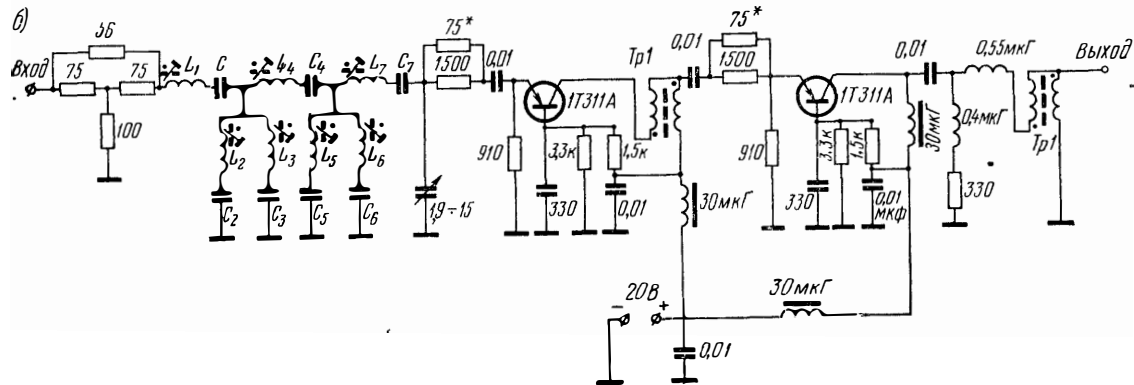


Рис. П2.6б. Схема LC-фильтра ПЧ с усилителем

- неравномерность в полосе пропускания $\Delta\alpha=0,5$ дБ;
- затухание несогласованности в полосе пропускания $\alpha_{\text{нес}}=26$ дБ;
- затухание при расстройке на $\pm 10,5$ МГц от f_0 не менее 60 дБ;
- сопротивление нагрузки $R_1=R_2=50$ Ом.

1. Определяем нормированную частоту НЧ прототипа, на которой затухание должно составлять 60 дБ: $\Omega_s = \Delta f_{60 \text{ дБ}} / \Delta f = 2,3$.

2. По графику и таблицам [84, 111] определяем порядок НЧ прототипа с золотаревской характеристикой, обеспечивающего заданное затухание при коэффициенте отражения $\rho=5\%$, и элементы НЧ прототипа $n=7$ ($\alpha_{\text{мин}}=90$ дБ):

$$\begin{array}{ll} c_1=0,7835; & c_5=1,596; \\ c_2=0,02892, & \Omega_2=5,0387; & c_6=0,09677, & \Omega_6=2,8596; \\ c_3=1,638; & & c_7=0,7204. \\ c_4=0,1268, & \Omega_4=2,3339; \end{array}$$

3. В соответствии с условиями (5.123) выбираем электрическую длину цепи I в середине полосы пропускания $\theta_0=\pi/4$, тогда электрическая длина цепи II составит $(\pi-\theta)=3\pi/4$, рад.

4. По формулам из табл. 5.6 определяются параметры p, q :

$$p = \frac{|\sin 2\theta_0|}{2\theta_0} \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{2 \cdot 3000}{\pi \cdot 9} = 212,2;$$

$$q = 2p \frac{\theta_0}{\pi} |\operatorname{tg} \theta_0| = 2 \cdot 212,2 \cdot \frac{1}{4} = 106,1.$$

Далее по формуле из табл. 5.6 $\lambda_{j\pm} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_j}{2p}\right)^2 + 1} \pm \frac{\Omega_j}{2p}$;

$j=2, 4, 6$ определяются величины λ . Расчет дает следующие значения:

$$\lambda_{2+}=1,011873; \lambda_{2-}=0,988127; \lambda_{4+}=1,005499; \lambda_{4-}=0,994501; \lambda_{6+}=1,006738; \lambda_{6-}=0,993262.$$

5. По формулам из табл. 5.6 определяем элементы матриц проводимостей цепи I и цепи II (Y/η^2), причем трансформатор с коэффициентом трансформации $\eta = \sqrt{q}$ вводится в цепь I :

$$\text{Цепь } I \quad Y_{00} = 1; \quad Y_{01} = \frac{1}{\sqrt{q}} = 0,09708;$$

$$\left(\frac{1}{\eta^2} + \frac{Y_{11}}{\eta^2}\right) = \frac{1}{q} + c_1 + c_2 \left[1 + \lambda_{2-}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{2+}^2 - \lambda_{2-}^2)\right] = 0,852819;$$

$$\frac{Y_{12}}{\eta^2} = c_2 \left[1 + \lambda_{2-}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{2+}^2 - \lambda_{2-}^2)\right] = 0,059904;$$

$$\frac{Y_{22}}{\eta^2} = c_2 [2 + \lambda_{2+}^2 + \lambda_{2-}^2] = 0,115678;$$

$$\frac{Y_{23}}{\eta^2} = c_2 \left[1 + \lambda_{2+}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{2-}^2 - \lambda_{2+}^2)\right] = 0,055784;$$

$$\frac{Y_{33}}{\eta^2} = c_3 + \frac{Y_{23}}{\eta} + \frac{Y_{34}}{\eta} = 1,951571;$$

$$\frac{Y_{34}}{\eta^2} = c_4 \left[1 + \lambda_{4-}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{4+}^2 - \lambda_{4-}^2) \right] = 0,257787;$$

$$\frac{Y_{44}}{\eta^2} = c_4 [2 + \lambda_{4+}^2 + \lambda_{4-}^2] = 0,507208;$$

$$\frac{Y_{45}}{\eta^2} = c_4 \left[1 + \lambda_{4+}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{4-}^2 - \lambda_{4+}^2) \right] = 0,249420;$$

$$\frac{Y_{55}}{\eta^2} = c_5 + \frac{Y_{45}}{\eta^2} + \frac{Y_{66}}{\eta^2} = 2,042877;$$

$$\frac{Y_{56}}{\eta^2} = c_6 \left[1 + \lambda_{6-}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{6+}^2 - \lambda_{6-}^2) \right] = 0,197457;$$

$$\frac{Y_{66}}{\eta^2} = c_6 (2 + \lambda_{6+}^2 + \lambda_{6-}^2) = 0,387089;$$

$$\frac{Y_{67}}{\eta^2} = c_6 \left[1 + \lambda_{6+}^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{6-}^2 - \lambda_{6+}^2) \right] = 0,189632;$$

$$\left(\frac{1}{\eta^2} + \frac{Y_{77}}{\eta^2} \right) = \frac{1}{q} + c_7 + c_8 \left[1 + \lambda_6^2 + \frac{\pi}{2\theta_0} (\lambda_{6-}^2 - \lambda_{6+}^2) \right] = 0,919457;$$

Цепь II

$$\frac{Y_{11}}{\eta^2} = c_1 + c_2 [1 + \lambda_{2-}^2] = 0,840657; \quad \frac{Y_{12}}{\eta^2} = c_2 (1 + \lambda_{2-}^2) = 0,057157;$$

$$\frac{Y_{22}}{\eta^2} = c_2 (2 + \lambda_{2+}^2 + \lambda_{2-}^2) = 0,115688;$$

$$\frac{Y_{23}}{\eta^2} = c_2 (1 + \lambda_{2+}^2) = 0,058531;$$

$$\frac{Y_{33}}{\eta^2} = c_3 + \frac{Y_{23}}{\eta^2} + \frac{Y_{34}}{\eta^2} = 1,94874; \quad \frac{Y_{34}}{\eta^2} = c_4 (1 + \lambda_{4-}^2) = 0,252209;$$

$$\frac{Y_{44}}{\eta^2} = c_4 (2 + \lambda_{4+}^2 + \lambda_{4-}^2) = 0,507208;$$

$$\frac{Y_{45}}{\eta^2} = c_4 (1 + \lambda_{4+}^2) = 0,254998;$$

$$\frac{Y_{55}}{\eta^2} = c_5 + \frac{Y_{45}}{\eta^2} + \frac{Y_{66}}{\eta^2} = 2,043238; \quad \frac{Y_{66}}{\eta^2} = c_6 (1 + \lambda_{6-}^2) = 0,192240;$$

$$\frac{Y_{66}}{\eta^2} = c_6 [2 + \lambda_{6+}^2 + \lambda_{6-}^2] = 0,387089; \quad \frac{Y_{77}}{\eta^2} = c_7 + c_8 (1 + \lambda_{6+}^2) = 0,915248;$$

$$\frac{Y_{67}}{\eta^2} = c_6 [1 + \lambda_{6+}^2] = 0,194848.$$

6. Производим линейные преобразования матриц проводимостей путем умножения строк и столбцов на масштабные множители m_i для получения приемлемых для реализации значений собственных и взаимных емкостей всех линий обеих цепей.

При этом необходимо соблюдать следующие условия [109, 110, 120]:

— m_1 (строки) = m_1 (столбца);

— m_1 (I цепи) = m_1 (II цепи);

— множители для линий — $2 \rightarrow (n-1)/2$ и для линий $\frac{(n+1)}{2} \rightarrow n-1$ выбираются таким образом, чтобы элементы главной диагонали этих линий становились в 1,2 раза больше, чем элементы главной диагонали линии 1 и n (соответственно).

Величина 1, 2 рекомендуется, исходя из имеющегося опыта расчета подобных фильтров, при этом получаются наиболее удобные соотношения размеров.

7. Определяем нормированные элементы емкостных матриц обеих цепей (C_{11}/ϵ и C_{1j}/ϵ), для чего все элементы матриц умножаются на коэффициент:

$$N = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r R_1}} = \frac{120 \cdot 3,14}{50} = 7,536.$$

8. Определяем нормированные погонные собственные емкости всех линий обеих цепей:

$$C_{k/\epsilon} = C_{ii}/\epsilon - \sum C_{ij}/\epsilon \quad (i \neq j).$$

Результаты расчетов нормированных погонных собственных и взаимных емкостей сведены в табл. П2.4

Т а б л и ц а П2.4

Линия	Цепь I		Цепь II	
	Собственная емкость	Взаимная емкость	Собственная емкость	Взаимная емкость
0	6,8044	0,731595	5,0484	1,281648
1	4,3521	1,3431	5,4862	0,950556
2	5,4631	0,905973	4,7174	2,030387
3	4,7310	2,0753	4,2015	2,082964
4	4,2038	2,035802	4,4354	1,79749
5	4,4343	1,8448	4,0384	2,479032
6	4,0584	2,4117	4,4183	
7	3,7857	0,731595		
8	6,8044			

9. По значениям нормированных собственных и взаимных емкостей с помощью графиков рис. 4.16 для выбранного $t/b=0,6$ и $b=25$ мм и выражений (4.34) и (4.35) определяются размеры стержней и зазоров обеих цепей фильтра. Результаты расчета сведены в табл. П2.5

Таблица П2.5

Линия	Цепь I		Цепь II	
	ω , мм	S, мм	ω , мм	S, мм
0	6,61			
1	2,98	14,12	3,02	
2	6,06	9,75	6,06	10,13
3	4,98	12,62	4,94	12,25
4	4,96	7,125	4,95	7,13
5	5,29	7,25	5,34	7
6	4,65	7,75	4,6	7,88
7	2,56	6,25	2,54	6,13
8	6,61	14,13		

10 Определяем длину стержней цепей I и II:

$$l_I = \frac{v \theta_0}{2\pi f_0 \sqrt{\epsilon_r}} = 12,5 \text{ мм}; \quad l_{II} = \frac{v (\pi - \theta_0)}{2\pi f_0 \sqrt{\epsilon_r}} = 37,5 \text{ мм};$$

на рис. П2.7а показан эскиз ступенчатого фильтра, а на рис П2.7б показана характеристика рабочего затухания

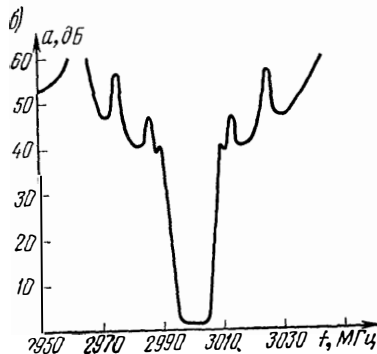
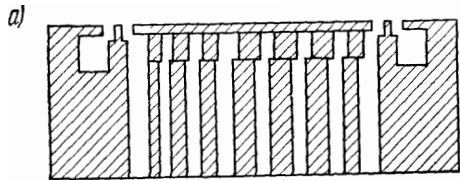


Рис. П2.7. Эскиз ступенчатого полуволнового фильтра (а); частотная характеристика рабочего затухания ступенчатого полуволнового фильтра (б)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Теория электрических цепей

1. Балабанян Н. Синтез электрических цепей. М., Госэнергоиздат, 1961. 415 с.
2. Белецкий А. Ф. Теоретические основы электропроводной связи. М., Связьиздат, 1959. 390 с.
3. Белецкий А. Ф. Основы теории линейных электрических цепей. М., «Связь», 1967. 608 с.
4. Боде Г. Теория цепей и расчет усилителей с обратной связью. М., ГИИЛ, 1948. 639 с.
5. Гиллемин Э. А. Синтез пассивных цепей. М., «Связь», 1970. 720 с.
6. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. М., изд. АН СССР, 1951. 335 с.
7. Калахан Д. А. Современный синтез цепей. М., «Энергия», 1966. 191 с.
8. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ. М., «Связь», 1971. 388 с.
9. Darlington S. Network Synthesis Using Tschebyscheff Polynomial Series. — „BSTJ“, July 1952, v. 31, p. 613—65.
10. Darlington S. The Potential Analog Method of Network Synthesis. — „BSTJ“, 1951, April, v. 30, p. 315—65.
11. Frühauf H., Trzeba E. Synthese und Analyse Linearer Hochfrequenzschaltungen. Akademische Verlagsgesellschaft, Geest und Portig K.-G. Leipzig, 1964. 525.
12. Richards P. I. Resistor transmission line circuits. — „Proc. of the IRE“, Febr. 1948, v. 36, p. 217—220.
13. Weinberg L. Network Analysis and Synthesis. Mc Graw Hill Book Co. N. Y., 1962, 692.
14. Wyndrum R. Distributed RC noth networks. — „Proc. IEEE“, 1963, v. 51, N 2, p. 374—375.
15. Wyndrum R. Exact synthesis of distributed RC networks. Technical Report 400—76. N. Y. University, May 1963.

Аппроксимация заданных характеристик затухания; машинное проектирование, математика

16. Ахнезер Н. И. Элементы теории эллиптических функций. М., «Наука», 1970. 304 с.
17. Басков Е. И. Расчет фильтров нижних частот на электронных вычислительных машинах. — «Электросвязь», 1968, № 5, с. 23—32.
18. Басков Е. И., Лебедев А. Т. Оптимизация характеристик электрических фильтров на элементах с потерями. — «Электросвязь», 1969, № 10, с. 67—75.
19. Вайсборд Э. М. О сходимости одного метода случайного поиска для отыскания глобального экстремума случайной функции. — «Техническая кибернетика», 1969, № 1, с. 47—49.

20. Воеводин А. В. Программа определения корней алгебраического многочлена. Вычислительные методы и программирование. Изд. МГУ, 1962, с. 253—265.
21. Гасс С. Линейное программирование (методы и приложения). М., Физматгиз, 1961. 303 с.
22. Гринберг Э. Я., Кацнельсон Л. З. Об алгебраическом построении изокстремальных дробей Чебышева. — В кн.: Латвийский математический ежегодник. Рига, «Зинатне», 1968, с. 89—101.
23. Гринберг Э. Я., Кацнельсон Л. З. Алгебраическое построение изокстремальных дробей Чебышева, пригодных для оптимального синтеза электрических цепей. — В кн.: Латвийский математический ежегодник. Рига, «Зинатне», 1970, т. 8, с. 43—69.
24. Калахан Д. Методы машинного расчета электронных схем. М., «Мир», 1970. 344 с.
25. Курош А. Р. Курс высшей алгебры. М., Физматгиз, 1969. 396 с.
26. Ланнэ А. А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей. М., «Связь», 1969. 292 с.
27. Машинное проектирование. ТИИЭР США, т. 55, № 11, ноябрь 1967. Тематический выпуск. 328 с.
28. Новодворский Е. П., Пинскер И. Ш. Процесс уравнивания максимумов. — «Успехи математических наук», 1951, вып. 6(46).
29. Растрингин Л. А. Статистические методы поиска. М., «Наука». 1968. 376 с.
30. Тиман А. Ф. Теория приближения функций действительного переменного. М., Физматгиз, 1960. 624 с.
31. Фиакко, Мак—Кормик. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной оптимизации. М., «Мир», 1972. 240 с.
32. Чебышев П. Л. Вопросы о наименьших величинах, связанные с приближенным представлением функций. — Полн. собр. соч. Изд. АН СССР, т. 11. 520 с.
33. Bandler J. W. Optimization Methods for Computer — Aided Design. — „IEEE Trans. on Microwave Theory and Technique“, Aug. 1969, v. MTT-17, N 8. pp. 533—552.
34. Bensasson A., Fabre J. Calcul des filtres a l'aide des techniques d'optimisation. — „L'Onde Electrique“, 1972, N 3, p. 147—158.
35. Fletcher R., Powell M. J. D. A rapidly convergent descent method for minimization. — „Computer Journal“, 1963, v. 6, N 7, pp. 163 — 8.
36. Fletcher R., Reeves C. M. Function minimization by conjugate gradient. — „Computer Journal“, 1964, v. 7, p. 149—154.
37. Hooke R., Teeves T. A. Direct Search Solution Numerical and Statistical Problems. — „J. Assoc. Comp.“, March, 8, 2, Apr. 1961, p. 212—229.
38. Murtagh B. A., Sargent R. W. H. Computational Experience with quadratically convergegent minimization method. — „Computer Journal“, 1970, May, v. 13, N 2, pp. 184—194.
39. Polak E. Computational Methods in Optimization. A unified approach. N. Y. Academic Press. 1971, 329 p.
40. Powell M. J. D. An efficient Method for Finding the Minimum of a Function of several variables without calculating Derivatives. — „Computer Journal“, v. 5, p. 147—151.
41. Wilde D. T., Beightler. Foundation of Optimization. — „Prentice Hall“, 1967.

*Линии передачи сверхвысоких частот и другие вопросы
техники сверхвысоких частот*

42. **Вайнштейн Л. А.** Связанные колебания объемных резонаторов. — «Электроника больших мощностей», 1964, № 3, с. 216—230.
43. **Вайнштейн Л. А.** Электромагнитные волны. М., «Советское радио», 1957. 350 с.
44. **Гинзтон Э. Л.** Измерения на сантиметровых волнах. М., ГИИЛ, 1960. 620 с.
45. **Ковалев И. С.** Теория и расчет полосковых волноводов. Минск, «Наука и техника», 1967. 233 с.
46. **Лебедев И. В.** Техника и приборы сверхвысоких частот. М., «Высшая школа», 1970. 510 с.
47. **Лошаков Л. Н., Ольдерогге Е. Б.** К теории коаксиальной спиральной линии. — «Радиотехника», 1948, № 2, с. 211—221.
48. **Лошаков Л. Н.** Приближенный расчет затухания в спиральной линии. — «Радиотехника», 1952, № 1, с. 57—63.
49. **Полосковые системы сверхвысоких частот.** — В кн.: Сборник статей под ред. В. И. Сушкевича. М., ГИИЛ, 1959. 356 с.
50. **Сушкевич В. И.** Нерегулярные линейные волноводные системы. М., «Советское радио», 1967. 295 с.
51. **Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П.** Справочник по элементам волноводной техники. М., «Советское радио», 1967. 651 с.
52. **Явич Л. Р., Малорацкий Л. Г.** Полосковые линии передачи. М., «Советское радио», 1972. 232 с.
53. **Bolljahn J. T., Matthaei G. L.** A Study of the Phase and Filter Properties of Arrays of Parallel Conductors Between Ground Planes. — „Proc. IRE“, March 1962, v. 50, p. 299—311.
54. **Cristal E. C.** Coupled Circular Cylindrical Rods Between Parallel Ground Planes. — „IEEE Trans.“, July 1964, v. MTT-12, N 4, pp. 428—439.
55. **Getsinger W. J.** Coupled Rectangular Bars Between Parallel Plates. — „IRE Trans.“, Jan. 1962, v. MTT-10, № 1, p. 65—72.
56. **Gupta R. R.** Fringing Capacitance Curves for Coplanar Rectangular Bars. — „IEEE Trans.“, Aug. 1969, v. MTT-17, N 8. pp. 637—638.
57. **Pregla R.** Distributed Capacitances for Coupled Rectangular Bars of Finite Width. — „AEU“, 1971, Band 25, H. 2. pp. 69—72.

Расчет и реализация фильтров

58. **Альбац М. Е.** Справочник по расчету фильтров и линий задержки. М., Госэнергоиздат, 1963. 200 с.
59. **Бронников А. А.** Электромеханические фильтры. — «Радио», 1956, № 6, с. 41—45.
60. **Голубцов М. Г.** Электромеханические фильтры радиочастот. М., Госэнергоиздат, 1952. 48 с.
61. **Знаменский А. Е.** Входные и выходные реактивные цепи с учетом конечной величины индуктивности обмоток трансформатора. — «Электросвязь», 1959, № 12, с. 52—57.
62. **Знаменский А. Е., Теплюк И. Н.** Активные RC-фильтры. М., «Связь», 1970. 280 с.
63. **Знаменский А. Е., Лоткова Е. Д.** Высокоизбирательные фильтры с транзисторами. М., «Связь», 1967. 76 с.

64. Каминский В. А. Синтез фильтров на связанных ступенчатых линиях с характеристиками Золотарева. Тезисы докладов научно-технической конференции по узловым проблемам радиотехники и электросвязи НТОРЭС им. А. С. Попова. Л., 1972. 257 с.
65. Коган С. С. Теория и расчет фильтров для установок дальней связи. М., Связьиздат, 1950. 175 с.
66. Коган С. С., Степанов А. С. Канальные электромеханические фильтры. — «Электросвязь», 1971, № 11, с. 58—66.
67. Лейхтер Л. Е. Расчет гребенчатых фильтров. М., «Советское радио», 1972. 255 с.
68. Лосев А. К. Теория и расчет электромеханических фильтров. М., «Связь», 1965. 263 с.
69. Маттей Д. Л. Новый метод расчета полосовых фильтров СВЧ и его связь с другими методами. — «Зарубежная радиоэлектроника», 1961, № 9, с. 57—84.
70. Маттей Д. Л. Полосовые фильтры с встречными стержнями. — «Зарубежная радиоэлектроника», 1963, № 7, с. 131—155.
71. Маттей Д. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Пер. с англ. под ред. Л. В. Алексеева и Ф. В. Кушнира. М., «Связь», 1971, т. 1, 493 с.; 1972, т. 2, 495 с.
72. Гапоненко Н. П., Тарасов М. Н. Синтез электротепловых фильтров. — «Микроэлектроника», т. 2, вып. 3, 1973, с. 200—208.
73. Модель А. М. Фильтры СВЧ в радиорелейных системах. М., «Связь», 1967. 352 с.
74. Патент ГДР, кл. 21 434, № 39254, заявлен 15.07.64, опубл. 25.5.1965.
75. Патент ГДР, кл. 2134, № 46511, заявлен 14.4.65, опубл. 20.3.66.
76. Патент США, кл. 333-73, № 2.753.530, заявлен 4.11.56, опубл. 3.06.56.
77. Патент США, кл. 333-83, № 3247470, заявлен 6.09.63, опубл. 19.4.66.
78. Патент США, кл. 333-83, № 2768357, заявлен 4.2.54 опубл. 23.10.56.
79. Патент США, кл. 333-83, № 3247475, заявлен 6.9.63, опубл. 19.4.66.
80. Собенин Я. А. Расчет полиномиальных фильтров. М., Связьиздат, 1963. 207 с.
81. Справочник по расчету фильтров с потерями. Под ред. К. А. Сильвинской. М., «Связь», 1971. 200 с.
82. Фрид Е. А., Азарх С. Х. Пьезокерамические фильтры. М., «Энергия», 1967. 40 с.
83. Халяпин Д. Б. Применение диспергирующих диэлектриков в емкостных элементах СВЧ фильтров нижних частот. — «Радиотехника и электроника», 1963, № 9, с. 1639—1641.
84. Ханзел Г. Справочник по расчету фильтров. Пер. с англ. под ред. и с дополнением А. Е. Знаменского. М., «Советское радио», 1974. 288 с.
85. Хереро Д., Уиллонер Г. Синтез фильтров. М., «Советское радио», 1971. 232 с.
86. Черне Х. И. Индуктивные связи и трансформации в электрических фильтрах. М., Связьиздат, 1962. 315 с.
87. Adams D. K., Ho R. Y. C. Active Filter for UHF and Microwave Frequencies. — „IEEE Trans“, Sept. 1969, v. MTT-17, N 9. pp. 662—670.

88. Христиан Э., Эйзенман Е. Таблицы и графики по расчету фильтров под ред. А. Ф. Белецкого. М., «Связь», 1975. 408 с.
89. Cohn S. B. Direct-coupled-resonator Filters. — „Proc. IRE“, Febr. 1957, v. 45, p. 187—196.
90. Cohn S. B. Dissipation Loss in Multiple-coupled-Resonator Filters. — „Proc. IRE“, Aug. 1959, v. 47, N 8, p. 1342—1348.
91. Dishal M. Alignment and Adjustment of Synchronously Tuned Multiple-resonant-circuit Filters. — „Proc. IRE“, Nov. 1951, v. 39, N 11, pp. 1448—55.
92. Fabijanski J. Proba zastosowania metody Cauera do szerokopasmowych filtrów piezoelektrycznych. — „Prace P. I. I.“, 1955, cis. 15, str. 12—18.
93. Fubini E. C., Guillemin E. A. Minimum Insertion Loss Filters. — „Proc. IRE“, Jan. 1959, v. 47, p. 37—41.
94. Frizsche G., Buchholz C. Filterkatalog. Blatt 1, — „Nachrichtentechnik“, 1964, B. 14, H. 4, S. 157, 158.
95. Geffe P. R. Computer-prepared tables enable design of ultraflat networks. — „Electronics design“, 1960, v. 8, p. 48—51.
96. Geffe P. R. Simplified modern filter design. N. Y. Rider, 1963.
97. Glowatzki E. Katalog der Potenz — und Tschebyscheff-Filter bis zum Grade n-5. Telefunken ZTg, 1955, 28 März, S. 15—22.
98. Haagen G. A. The Electrical Tuning of Helical Resonators. — „Microwave Journal“, 1967, Aug., v. 10, N 9, p. 84—90.
99. Kato K., Takahashi M., Okamoto T. Helical Resonator Filter. — „Fujitsu Scientific and Technical Journal“, 1968, March, v. 4, N 1, pp. 127—158.
100. Kawakami M. Nomograms for Butterworth and Chebyshev Filters. — „IEEE Trans. on Circuit Theory“, 1963, June, v. 10, p. 288—289.
101. Levy R. A New Class of Distributed Prototype Filters with Application to mixed Lumped/Distributed Component Design. — „IEEE Trans.“, 1970, Dec., v. MTT-18, N 12, p. 1064—1071.
102. Macalpine W. W., Schildknecht R. O. Coaxial Resonators with Helical Inner Conductor. — „Proc. IRE“, 1959, v. 47, N 12, p. 2099—2105.
103. Matthaei D. L., Cristal E. G. Multiplexer Channel—Separating Units Using Interdigital and Parallel-Coupled Filters — „IEEE Trans.“, 1965, May, v. MTT-13, N 3. pp. 328—334.
104. Nicholson B. F. The Practical Design of Interdigital and Comb—Line Filters. — „Radio and Electronic Engineering“, July, 1967. pp. 39—52.
105. Novak M. Syntéza Frekvencnich Filtru. Nakladatelstvi Ceskoslovenské Akademie Ved. Praha, 1966, 271.
106. Pregla R. Mikrowellenfilter aus verkoppelten Leitungen und konzentrierten Kapazitäten. — „A. E. U.“, 1969, Band. 23, Heft 12, 593—600.
107. Pregla R. Kompakte Mikrowellenfilter aus verkoppelten Leitungen. — „A. E. U.“, 1970, B. 24, H. 2, 598—100.
108. Rhodes J. D., Levy R. A Comb—Line Elliptic Filter — „IEEE Trans.“, 1971, January, v. MTT—19, N 1, p. 26—29.
109. Rhodes J. D. The half-wave stepped digital elliptic filters. — „IEEE Trans.“, 1969, v. MTT-17, N 12, p. 1102—1107.
110. Rhodes J. D. The stepped Digital Elliptic Filters. — „IEEE Trans.“, 1969, April, v. MTT-17, pp. 280—288.

111. **Saal R.** Der Entwurf von Filtern mit Hilfe des Kataloges normierten Tiefpässe. Telefunken, Backnag, (Würt.), 1961;—„Frequenz“, 1961, B. 15, S. 111—121.
112. **Schiffman B. M., Matthaei G. L.** Exact Design of Microwave Band—Stop Filters. — „IEEE Trans.“, 1964, Jan., v. MTT-12, N 1. pp. 6—15.
113. **Snyder R. V., Bozarth D. L.** Analysis and Design of a Microwave Transistor Active Filter. — „IEEE Trans.“, 1970, v. MTT-18, N 1.
114. **Voltage Tuned Filters.** — „Microwaves“, 1971, N 3, p. 69.
115. **Weinberg L.** Additional tables for design of optimum ladder networks. — „Journ. of the Franklin Institute“, 1957, v. 264, p. 451—467.
116. **Weinberg L.** Exact ladder network design using. low-Q coils. — „Proc. IRE“, 1958, v. 46, p. 739—750.
117. **Wenzel R. J.** Application of Exact Synthesis Methods to Multichannel Filter Design. — „IEEE Trans.“, 1965, Jan., v. MTT-13, N 1. pp. 5—15.
118. **Wenzel R. J.** Printed-Circuit Complimentary Filters for Narrow Bandwidth Multiplexers. — „IEEE Trans.“, 1968, March, v. MTT-16, N 3. pp. 145—55.
119. **Wenzel R. J.** Synthesis of Compline and Capacitively Loaded Interdigital Bandpass Filters of arbitrary Bandwith — „IEEE Trans.“, 1971, v. MTT-19, N 8. pp. 678—686.
120. **Wenzel R. J.** Theoretical and Practical Applications of Capacitance Matrix Transformations to TEM Network Design. — „IEEE Trans.“, 1966, Dec., v. MTT-14, p. 635—647.
121. **Zverev A. I.** Handbook of Filter Synthesis. John Willey, N. Y., 1967, p. 499—521.
122. **Surface wave devices enter hardware phase Simplified fabrication approach detailed.** — „Microwaves“, 1972, v. 11, N 2, p. 14.
123. **Бачинина Е. Л., Прохорова Н. И., Фельдштейн А. Л.** Потери в фильтрах СВЧ и проблемы миниатюризации. — «Радиотехника», 1971, № 10, с. 46—52
124. **Осипенков В. М., Бачинина Е. Л., Фельдштейн А. Л.** Вопросы расчета фильтров СВЧ с потерями — «Радиотехника», 1973, № 4, с 25—30.

Реализация заданных фазовых характеристик

125. **Белецкий А. Ф.** Синтез фильтров с линейными фазовыми характеристиками. — «Электросвязь», 1961, № 4, с. 35—43.
126. **Давыдов Г. Б.** Основы теории и расчета фазокорректирующих цепей. М., Связьиздат, 1958. 292 с
127. **Давыдов Г. Б.** Оценка сложности фазокорректирующих устройств для селективных цепей. — «Электросвязь», 1962, № 7, с. 40—46.
128. **Коган С. С.** Фазовыравнивание электрических фильтров. — «Электросвязь», 1965, № 3, с. 53—64.
129. **Полухин В. А., Путрин В. С.** Регулируемый фазовый корректор. — «Электросвязь», 1970, № 7, с. 43—48
130. **Полухин В. А., Топоров В. А., Путрин В. С.** Захваченный автогенератор в качестве фазового корректора — «Электросвязь», 1971, № 12, с. 31—36.
131. **Сильвинская К. А., Голышко З. И.** Расчет фазовых и амплитудных корректоров. М., «Связь», 1969. 185 с.

132. **Сманцер А. Н.** Учет паразитных элементов звена корректора неравномерности ГВЗ в диапазоне промежуточных частот радиорелейных линий. — «Электросвязь», 1971, № 1, с. 44—52.
133. **Трифонов И. И.** Синтез реактивных цепей с заданными фазовыми характеристиками. М., «Связь», 1969. 215 с.
134. **Gaquere C.** Correction de la distortion de temps de propagation d'équipmelits ou de circuit telephonique. — „Canles et Transmission“, 1967, N 4, p. 283—297.
135. **Hillerstein S.** Synthesis of all-pass delay equalizers. — „IRE Trans.“, 1961, Sept., v. CT-9, N 3. p. 215—223.
136. **Rakovich, Jovanovich.** Transmission Factors of Microwave Filters with Prescribed Attenuation and Group Delay. — „Radio and Electronic Engineer“, 1970, v. 40, N 3, p. 121—131.
137. **Rhodes J. D.** The Design and Synthesis of a Class of Microwave Bandpass Linear Phase Filters. — „IEEE Trans.“, 1969, April, v. MTT-17, N 4, p. 189.
138. **Rhodes J. D.** A Low-Pass Prototype Network For Microwave Linear Phase Filters. — „IEEE Trans.“, 1970, v. MTT-18, N 6, p. 290—301.
139. **Rhodes J. D.** A Generalized Interdigital Linear Phase Filter. — „IEEE Trans.“, 1970, v. MTT-18, N 6, p. 301—308.
140. **Semmelman C. L.** Experience with a steepest descent computer program for designing delay networks. — „IRE Int. Conv. Rec.“, 1962, Part. 2, p. 206—216.

Литература по остальным вопросам

141. **Большая Советская Энциклопедия.** Изд. 2-е. Т. 38, с. 218.
142. **Инженерно-технический справочник по электросвязи.** Радиорелейные линии. М., «Связь», 1970. 440 с.
143. **Крохин В. В.** Элементы радиоприемных устройств сверхвысоких частот. М., «Советское радио», 1964. 693 с.
144. **Миролюбов Н. Н., Костенко М. В., Левинштейн М. Л., Тиходеев Н. Н.** Методы расчета электростатических полей. М., «Высшая школа», 1963. 415 с.
145. **Нейман М. С.** Курс радиопередающих устройств. М., «Советское радио», 1965. 594 с.
146. **Усокин Э. Г.** Основные параметры спиральных объемных резонаторов. — «Вопросы радиоэлектроники», 1968, вып. 7, с. 136—154.
147. **Физический энциклопедический словарь.** «Советская энциклопедия». Т. 4, 1965.
148. **Зарин С. А.** Многоканальные телефонные системы на проводных линиях связи. Итоги науки и техники. — «Электросвязь», 1971, ВИНТИ, с. 29—101.
149. **Chao C.** Wide-Band Variable Microwave Coupler. — „IEEE Trans.“, 1970, Sept., v. MTT-18, N 9, p. 576.
150. **Keys to Better Microwave Receivers.** — „Microwave Journal“, 1968, v. 11, N 11, p. 72.
151. **Watanabe T.** Основной усилитель промежуточной частоты на 140 МГц для 2700-канальной СВЧ ретрансляции. — В кн.: Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике, 1968, т. 56, № 2, с. 72.
152. **Андреев Д. П., Гак И. И., Цимблер И. И.** Перестраиваемые приборы СВЧ. М., «Связь», 1974. 230 с.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Список условных обозначений	3
Предисловие	6
Введение	7
Г л а в а 1. Основные соотношения из теории электрических цепей	
1.1. Электрические фильтры и фазокорректоры и способы их реализации	11
1.2. Условия физической осуществимости	14
1.3. О задачах аппроксимации характеристик затухания, фазы и группового времени запаздывания	17
1.4. Идеальные трансформаторы и инверторы	22
Г л а в а 2. Аппроксимация	
2.1. Общие замечания	29
2.2. Аналитические методы аппроксимации	30
2.3. Общая характеристика численных методов решения задачи аппроксимации	39
2.4. Методы оптимизации	47
2.5. Аппроксимация характеристик затухания фильтра при ограничениях на расположение полюсов коэффициента передачи	53
2.6. Аппроксимация характеристики выравнивателя группового времени запаздывания (ГВЗ)	63
2.7. Преобразование частоты	67
Г л а в а 3. Вопросы реализации	
3.1. Общие соображения	78
3.2. Использование таблиц для расчета фильтров	79
3.3. Квазиполиномиальные фильтры	84
3.4. Погрешность квазиполиномиального метода	103
3.5. Фильтры с индуктивно-емкостными связями	118
3.6. Точный метод синтеза фильтров на связанных контурах	122
3.7. Преобразование Джеффе	128
3.8. Особенности реализации фильтров и фазовыравнивателей метрового диапазона на сосредоточенных элементах	130
Г л а в а 4. Полосковые линии передачи	
4.1. Общие сведения	133
4.2. Основные параметры одиночной симметричной полосковой линии	133
4.3. Связанные линии	-142
4.4. Расчет структур в виде решетки параллельно-связанных линий	154
Г л а в а 5. Синтез фильтров на полосковых линиях	
5.1. Элементы цепей с распределенными параметрами	163
5.2. Гребенчатый фильтр	168

53	Кондуктивная связь в гребенчатых фильтрах	182
54	Встречно-стержневые фильтры	183
55	Фильтры гребенчатой структуры с характеристиками Золотарева	195
56	Фильтры на ступенчатых связанных линиях	205
Глава 6 Фильтры на отрезках спиральных линии		
61	Параметры и свойства спиральных линии	214
62	Общая характеристика фильтров со спиральными ре- зонаторами	224
63	Схемы замещения четвертьволновых отрезков спираль- ной линии	228
64	Узкополосные спиральные фильтры	231
65	Спиральные фильтры с умеренно узкой полосой про- пускания	234
66	Спирально-резонаторные фильтры с сосредоточенными связями	238
67	Настройка спирально-резонаторных фильтров	240
	Заключение	243
	<i>Приложение 1</i> Расчетные соотношения, используемые в зада- чах синтеза фильтров	246
	<i>Приложение 2</i> Примеры расчета фильтров	249
	Список литературы	273